ECOLE NATIONALE DU GENIE DE L'EAU ET
DE L'ENVIRONNEMENT DE STRASBOURG

HYDRAULIQUE GENERALE



Réservoir d'eau potable de Strasbourg

FORMATION CES/MASTERE

Eau potable et assainissement

Avant propos

L'hydraulique est incontournable dans le domaine de l'environnement. En effet, elle a une place déterminante dans la compréhension, l'analyse et le diagnostic des réseaux d'adduction d'eau potable, des stations de traitement, des réseaux d'assainissement et des rivières. De plus, le contrôle de ces systèmes nécessite une instrumentation qui oblige le concepteur et l'exploitant à une connaissance poussée du fonctionnement hydraulique de ces ouvrages.
D'un point de vue réglementaire, la directive 2000/60/CE du Parlement européen établit un cadre pour une politique communautaire dans le domaine de l'eau. Elle incite les Etats membres (dont évidemment la France) à protéger et restaurer la qualité de leurs ressources en eau afin de parvenir à un bon état chimique et écologique. L'eau est donc une préoccupation majeure dans notre civilisation.

L'objectif de cet ouvrage destiné aux techniciens et ingénieurs est de fournir les bases nécessaires à la compréhension et au calcul des phénomènes présents en hydraulique appliquée au génie de l'eau et de l'environnement. Chaque notion d'hydraulique est ponctuée par une série d'exercices permettant d'illustrer les concepts présentés. Les exemples sont issus d'ouvrages hydrauliques existant en réseau. Les techniques de calcul qui sont associées à la résolution des équations mises en œuvre sont élaborées dans un souci d'efficacité.

Cet ouvrage est composé de plusieurs chapitres qui sont décrits dans les paragraphes suivants.

Avant d'entrer directement dans la description mathématique et la quantification des phénomènes hydrauliques rencontrés en eau potable, en assainissement et en rivière, le premier chapitre est consacré à la description physique et phénoménologique des différents types d'écoulements ainsi que des forces en présence. Elle permet aux non-initiés de découvrir l'hydraulique de façon qualitative par le biais de l'expérimentation.

Le deuxième chapitre s'intéresse aux fluides au repos. Par exemple, la plupart des dispositifs de contrôle de débit tels que les vannes autorégulées nécessitent un mécanisme pouvant être approché par le biais de l'hydrostatique. Cette partie est donc consacrée à l'action de l'eau sur les parois et sur les corps immergés.

Le chapitre suivant est dédié à l'hydraulique en charge. Ce type d'écoulement est le plus souvent rencontré dans les réseaux d'adduction d'eau potable et parfois en assainissement. Après un rappel des équations de Bernoulli, le paragraphe suivant s'intéresse aux pertes de charge linéaires et singulières. On aborde ensuite le tracé de la ligne piézométrique et de la ligne de charge qui permettent de caractériser le fonctionnement d'un réseau en terme de sur ou sous pression. Un dernier sous-chapitre traite du coup de bélier avec les techniques de calcul associées.

Bibliographie

AGHTM : *Les stations de pompage d'eau*, Editions Tec et Doc (2000).

BERTRAND-KRAJEWSKI J.L., *Mesures en hydrologie urbaine et assainissement*, éd. Tec et doc, ed. 2000.

CARLIER M. : *Hydraulique générale et appliquée*, Editions Eyrolles (1972).

COMOLET R., *Mécanique expérimentale des fluides*, Masson, ed.1982.

GRAF W. H., ALTINAKAR M. S. : *Hydrodynamique : Une introduction*, Traité de Génie Civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presse polytechnique et universitaire romanes (1995).

GRAF W. H., ALTINAKAR M. S. : *Hydraulique fluviale : écoulement permanent uniforme et non uniforme*, Tome 1, Traité de Génie Civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presse polytechnique et universitaire romanes (1993).

GRAF W. H., ALTINAKAR M. S. : *Hydraulique fluviale : écoulement non permanent et phénomènes de transport*, Tome 2, Traité de Génie Civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presse polytechnique et universitaire romanes (1996).

HAGER W. H. : *Wastewater hydraulics theory and practice,* Springer, ed. 1999.

LENCASTRE A. : *Hydraulique générale*, Editions Eyrolles (1996).

LESIEUR M. : *La turbulence*, Presses Universitaires de Grenoble, Ed. 1994.

SCHIESTEL R. : *Modélisation et simulation des écoulements turbulents*, Editions Hermès (1993).

SINNIGER R.O., HAGER W. H. : *Constructions hydrauliques : Ecoulements stationnaires*, Traité de Génie Civil, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Presse polytechnique et universitaire romanes (1989).

VIOLET P.L., CHABARD J.P., *Mécanique des fluides appliquée*, Presses des ponts et chaussées, ed. 1998.

Sommaire

Chapitre I :

CARACTERISTIQUES DES ECOULEMENTS

L'hydraulique est l'étude des écoulements.
On distingue deux types d'écoulements :

- les écoulements en charge, dans lesquels l'eau remplit complètement la canalisation, c'est le cas notamment des réseaux d'eau potable,
- les écoulements à surface libre (interface entre l'eau et l'air), c'est le cas des rivières et des réseaux d'assainissement.

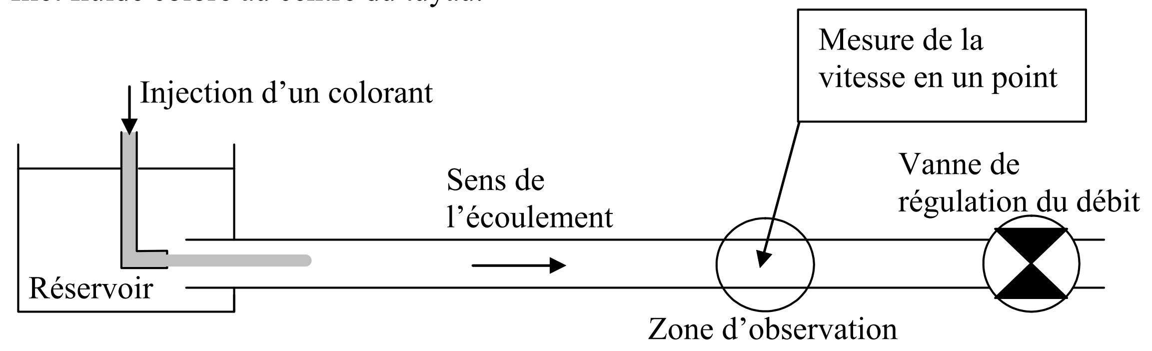
1. - ECOULEMENTS EN CHARGE

1.1. - Régimes d'écoulements

Le régime d'un écoulement se caractérise par la fluctuation temporelle des vitesses et des pressions au sein de la veine liquide.

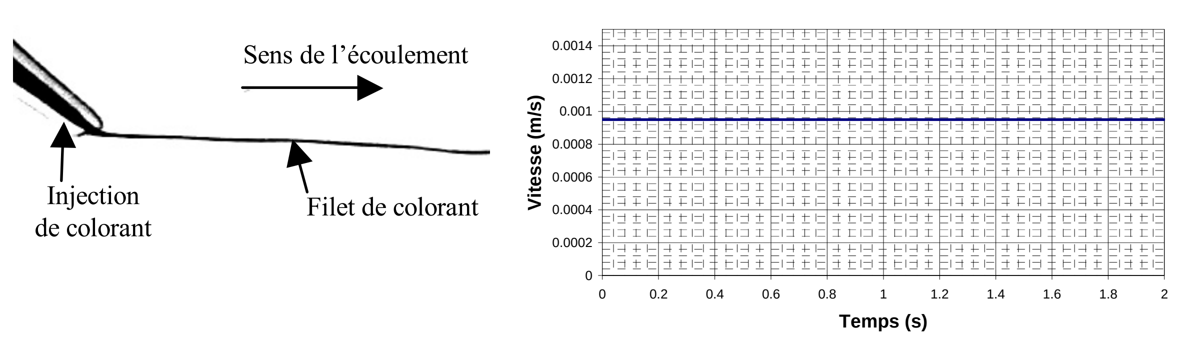
Expérience :

Un premier réservoir d'eau de niveau constant est vidangé par un tuyau. Une vanne placée à l'extrémité du tuyau permet de faire varier le débit Q (m^3/s). Un deuxième tuyau est placé à l'intérieur du réservoir. Il contient un colorant et permet d'obtenir un mince filet fluide coloré au centre du tuyau.

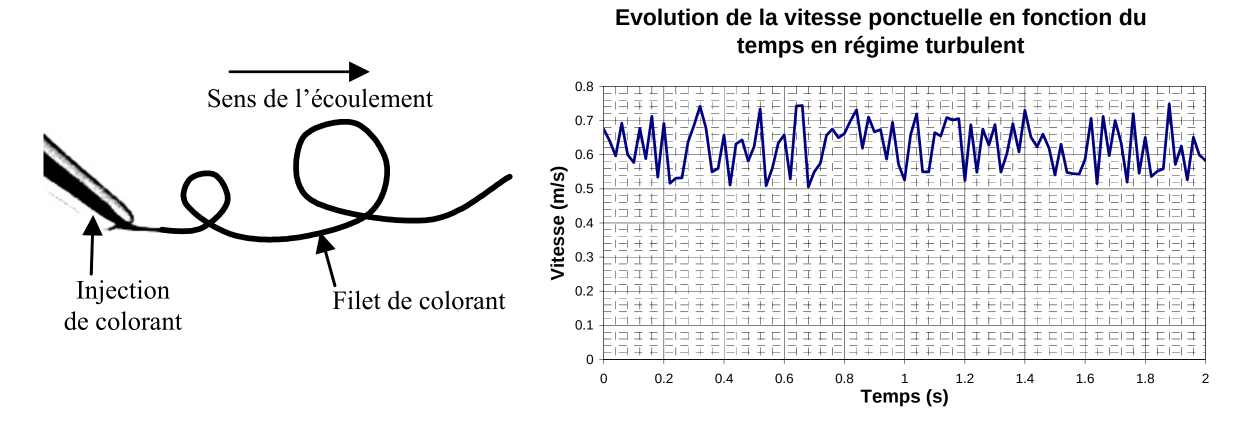


Quand la vitesse est très faible (quelques millimètres par seconde) le filet coloré reste bien défini, rectiligne et parallèle à l'axe du tuyau. Le régime est dit laminaire. L'écoulement laminaire est rare dans le domaine de l'hydraulique de l'eau potable et de l'assainissement, toutefois il n'est pas inexistant.

Les figurent suivantes montrent un écoulement laminaire dans une veine liquide et l'évolution de la vitesse en un point (vitesse ponctuelle) en fonction du temps.



Quand la vitesse est plus élevée, le filet devient ondulé et très instable. Il se mélange rapidement au fluide ambiant. Des tourbillons de différentes tailles apparaissent. Le régime est dit turbulent.



La turbulence se caractérise donc par la création de tourbillons. ils mélangent les matières dissoutes dans l'eau, comme par exemple le chlore dans un réseau d'eau potable ou le rejet d'une station de traitement des eaux usées dans une rivière. La mise en place d'un agitateur dans un bassin crée de la turbulence et ainsi il tend à homogénéiser les matières dissoutes.

1.2. - Distribution des vitesses dans un tuyau rectiligne

En fonction du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) les forces dans l'écoulement (elles seront détaillées dans un prochain chapitre) sont différentes. Cela a pour effet une distribution de la vitesse ponctuelle moyennée dans le temps (que l'on appelle vitesse moyenne temporelle) à l'intérieur du tuyau qui est différente suivant le régime d'écoulement.

La connaissance du profil de vitesse dans une conduite permet de calculer le débit. La plupart des capteurs en réseau mesurent la vitesse moyenne temporelle en quelques points et reconstituent le profil complet de la vitesse pour en déduire le débit.

Le graphique suivant compare la forme du profil de la vitesse en régimes laminaire et turbulent dans une conduite circulaire. En abscisse est représenté le rapport entre la distance à la paroi (r) et le rayon de la conduite (R). L'ordonnée représente le

pourcentage du rapport entre la vitesse maximale du profil et la vitesse ponctuelle $V\left(\frac{r}{R}\right)$.

On constate que la vitesse maximale est au centre de la canalisation. Par contre, le profil de vitesse turbulent varie beaucoup plus qu'en laminaire au voisinage de la paroi. Cette zone de fort gradient de vitesse est appelée couche limite.

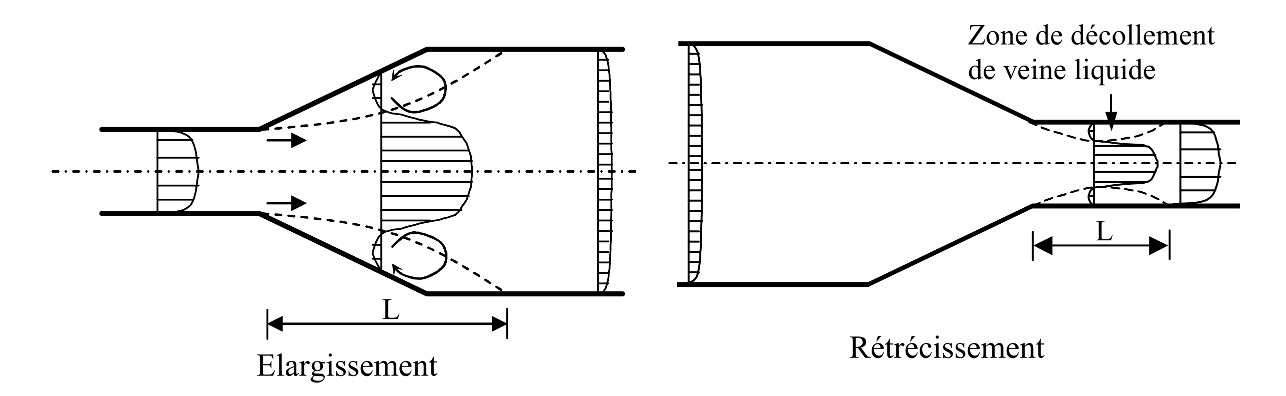
Evolution de la vitesse dans une conduite circulaire

Centre de la conduite
Profil de vitesse Turbulent
Profil de vitesse Laminaire
Zone de fort gradient de vitesse
Vitesse adimensionnelle V/V_{max} en %
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
0 0,2 0,4 0,6 0,8 1 0,8 0,6 0,4 0,2 0
Distance à la paroi r/R

1.3. - Elargissement et rétrécissement dans une conduite

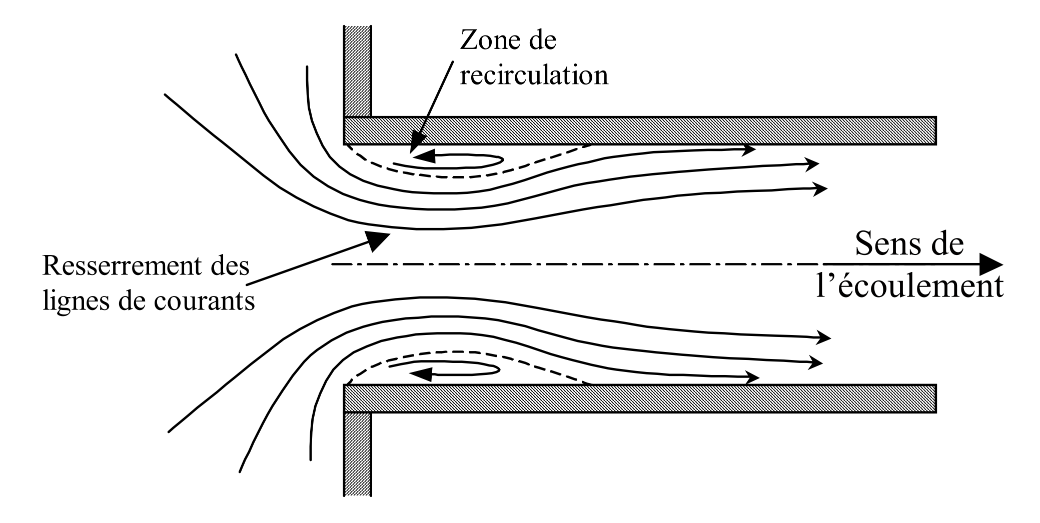
La transition entre deux conduites de diamètre différent pour un écoulement en charge provoque une répartition transversale des vitesses longitudinales totalement différentes de celles vues précédemment.

On constate une zone ou les veines liquides proches de la paroi se décollent sur une longueur L. Dans cette zone, on observe des recirculations à l'origine de perturbations importantes dans l'écoulement.



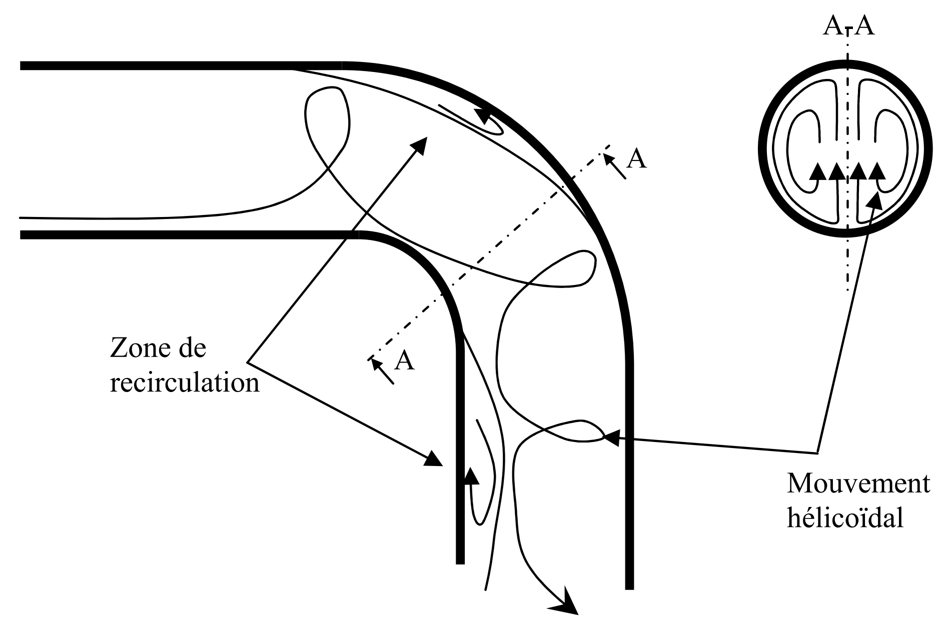
1.4. - Sortie d'un réservoir

La sortie d'un réservoir provoque également une modification de la répartition de la vitesse et une zone de décollement de la veine liquide. On remarque que les lignes de courant (ligne enveloppe du champ de vitesse) se resserrent au passage de la zone de recirculation. La présence de cette zone a pour effet de diminuer légèrement la section de passage de l'écoulement.



1.5. - Coude

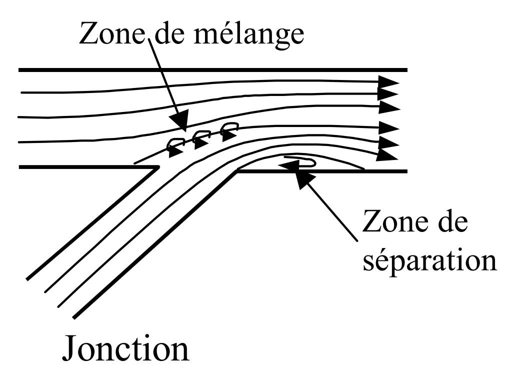
En raison de la courbure de la conduite, un mouvement hélicoïdal des lignes de courant peut s'établir. La présence de ce mouvement de rotation persiste sur une longueur en aval du coude (à peu près 50 fois le diamètre de la conduite). Lorsque la courbure est importante, des zones de recirculation peuvent apparaître.
Le mécanisme interne de l'écoulement au travers d'un coude n'est pas encore bien connu, malgré le grand nombre de chercheurs qui ont analysé cet élément important.



Evolution des lignes de courant dans un coude circulaire

1.6. - Jonction et bifurcation

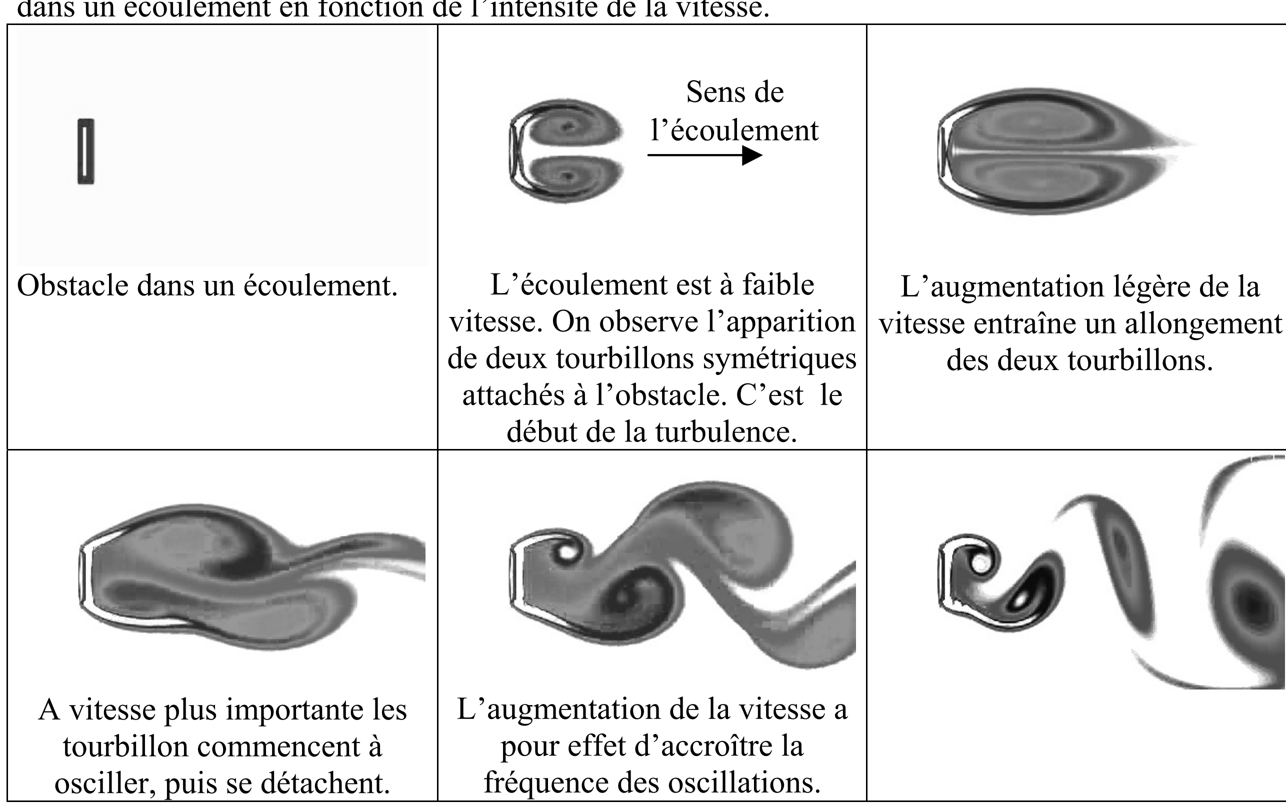
L'écoulement dans une jonction provoque une zone de séparation et une zone de mélange. L'écoulement de la branche dans laquelle la vitesse est la plus faible est entraîné par l'eau provenant de la branche ayant une vitesse plus élevée. Ce phénomène est à l'origine de décélérations et d'accélérations de l'écoulement dans les deux branches.



L'écoulement dans une bifurcation se comporte de manière légèrement différente du fait de la dérivation latérale. Une zone de séparation apparaît également dans la branche latérale.

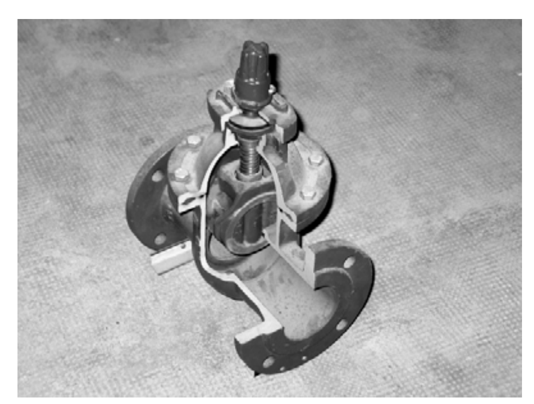
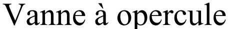
1.7. - Obstacles dans un écoulement en charge

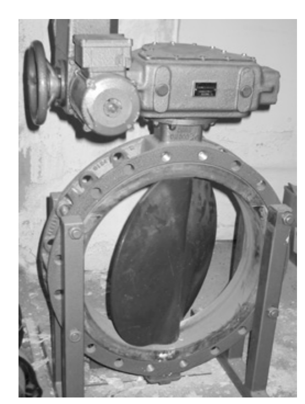
Les figures suivantes montrent l'évolution des tourbillons à l'aval d'un obstacle dans un écoulement en fonction de l'intensité de la vitesse.



Obstacle dans un écoulement.	L'écoulement est à faible vitesse. On observe l'apparition de deux tourbillons symétriques attachés à l'obstacle. C'est le début de la turbulence.	L'augmentation légère de la vitesse entraîne un allongement des deux tourbillons.
A vitesse plus importante les tourbillon commencent à osciller, puis se détachent.	L'augmentation de la vitesse a pour effet d'accroître la fréquence des oscillations.	

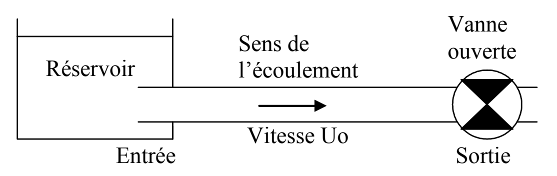
Les vannes à opercule ou les vannes papillons créent un obstacle dans les conduites. Ce sont des organes de contrôle du débit.



Vanne à opercule

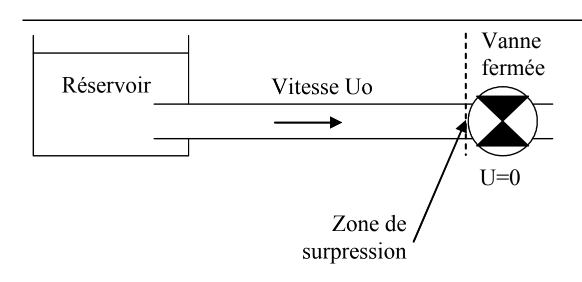

Vanne papillon

1.8. - Le coup de bélier

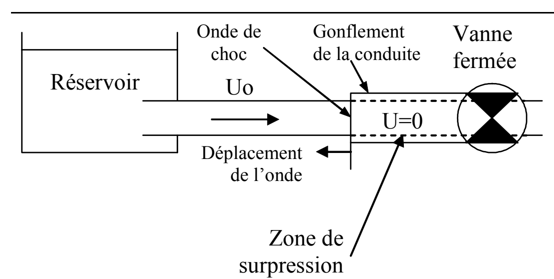
Le coup de bélier est un ensemble de phénomènes hydrauliques complexes provenant de la modification brutale du champ de vitesse et de pression dans une conduite. L'importance technique des coups de bélier est extrêmement grande. En effet, l'amplitude et la soudaineté des surpressions et dépressions qui sont mises en jeu peuvent détériorer la conduite ou les organes qui y sont branchées. Il est nécessaire par conséquent d'empêcher la production de telles perturbations ou du moins de les atténuer.
Le coup de bélier peut se produire, par exemple, dans le cas de la fermeture brutale d'une vanne.



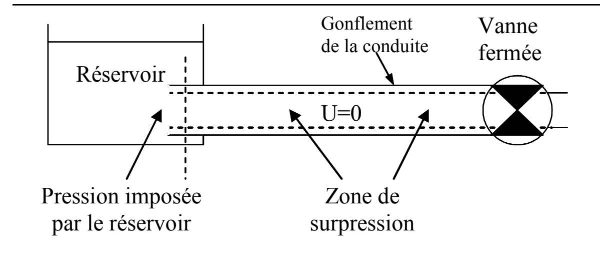
Considérons, dans un premier temps, un réservoir se vidangeant par une vanne en position ouverte. La vitesse dans la canalisation est Uo.



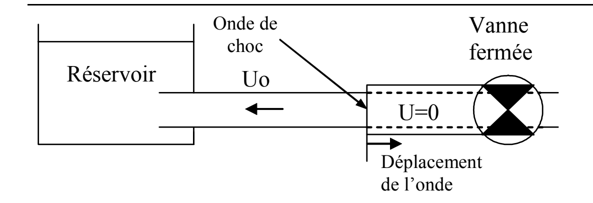
A un instant donné, la fermeture brutale de la vanne stoppe instantanément le fluide au voisinage de celle-ci. Compte tenu de son inertie, l'eau pousse fortement sur la vanne. Une surpression importante se crée dans la zone où la vitesse s'annule.



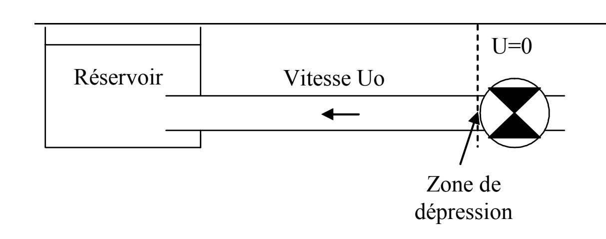
A l'amont de la vanne, l'eau se comprime faiblement et la canalisation gonfle. Tranche par tranche les particules liquides transforment la vitesse en surpression. On observe ainsi la formation et la progression d'une onde de choc. Celle-ci remonte de la vanne où elle a pris naissance vers le réservoir.
La vitesse de l'onde peut avoisiner les 1000 m/s en fonction du type de matériau de la conduite.



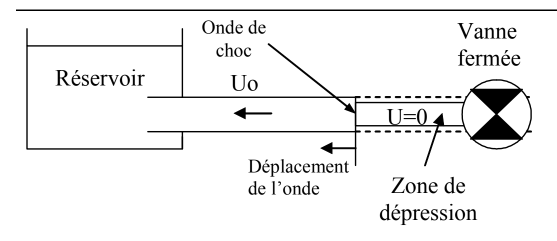
L'onde de choc atteint le réservoir. La conduite entière est en surpression et la vitesse de l'eau est nulle. Le réservoir est à niveau d'eau constant. Sa pression ne pouvant quasiment pas varier, le réservoir impose donc la pression à l'entrée de la conduite.



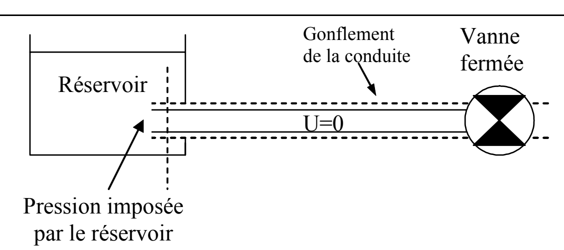
La pression dans le réservoir étant beaucoup plus faible que la surpression dans la conduite, la canalisation, au voisinage du réservoir, va retrouver sa forme initiale. La diminution du diamètre de la conduite va chasser l'eau vers le réservoir à la vitesse Uo. De proche en proche se phénomène se produit et crée ainsi une onde de choc se déplaçant cette fois-ci vers la vanne.



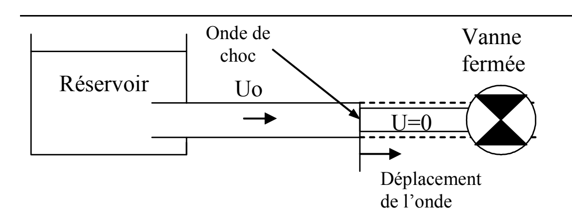
Dès que l'onde atteint la vanne, la conduite entière retrouve quasiment sa pression d'origine et sa vitesse initiale inversée. La vanne étant toujours fermée, la vitesse de l'eau à son voisinage est nulle.



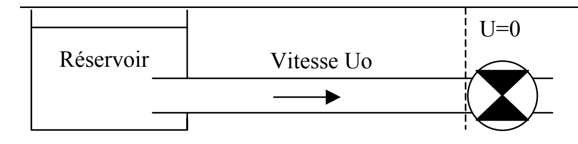
Compte tenu de son inertie, l'eau au voisinage de la vanne entre en dépression et la conduite diminue son diamètre. Une onde de choc en dépression se crée et se déplace vers le réservoir.



Comme précédemment, le réservoir impose la pression au niveau de l'entrée de la conduite.



La conduite retrouve alors sa forme initiale. Le volume d'eau manquant est pris dans le réservoir et la conduite retrouve sa vitesse initiale Uo.



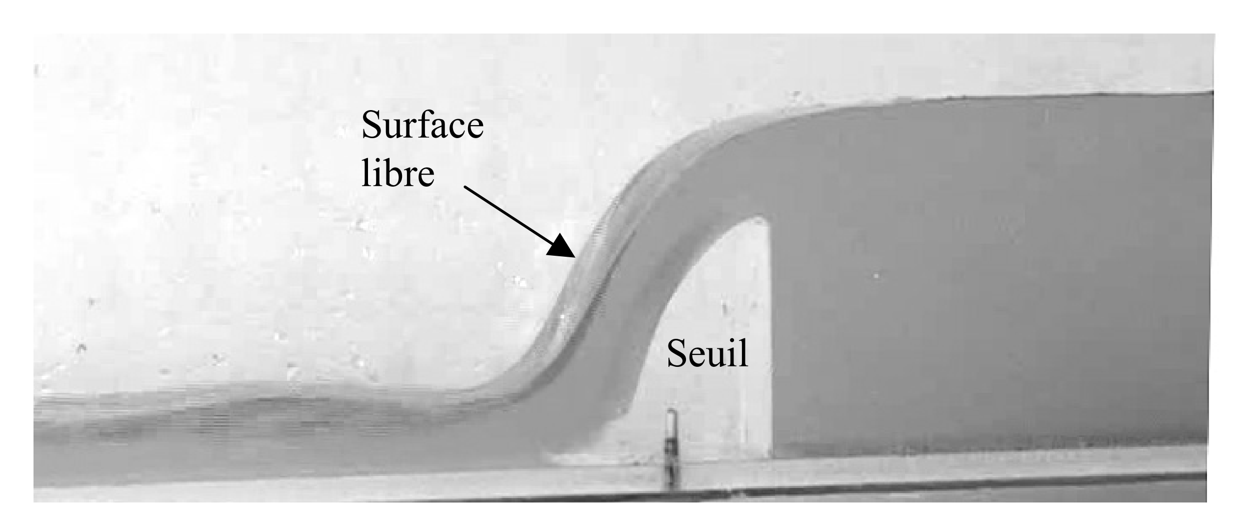
L'onde arrive au niveau de la vanne et on retrouve la configuration initiale.

2. - ECOULEMENTS A SURFACE LIBRE

2.1. - La surface libre

La surface libre est l'interface entre l'air et l'eau. La pression y est égale le plus souvent à la pression atmosphérique.

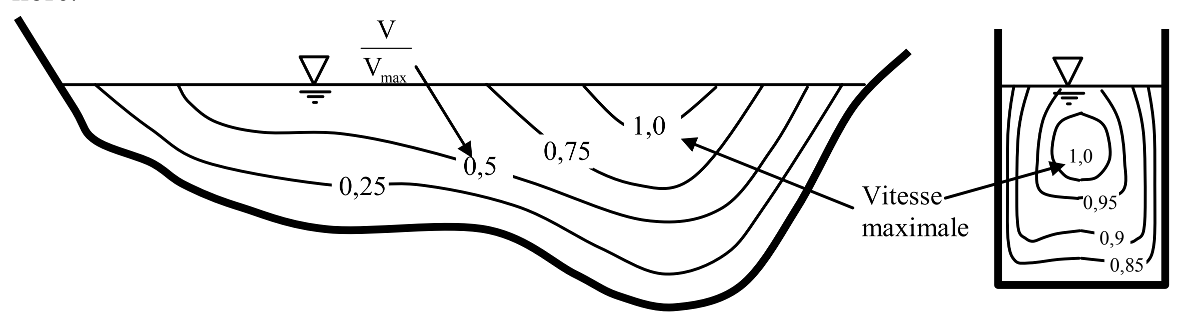
Les écoulements dans les canaux naturels (rivière) et artificiels (irrigation, assainissement) sont, dans la plupart des cas, des écoulements à surface libre.



2.2. - Distribution des vitesses dans un canal

La distribution des vitesses dans une section transversale varie en fonction de la forme de la section et de la rugosité des parois.

Les figures suivantes montrent la répartition des iso-vitesses dans le cas d'un régime turbulent. Dans certains cas, la vitesse peut-être maximale un peu au-dessous de la surface libre.

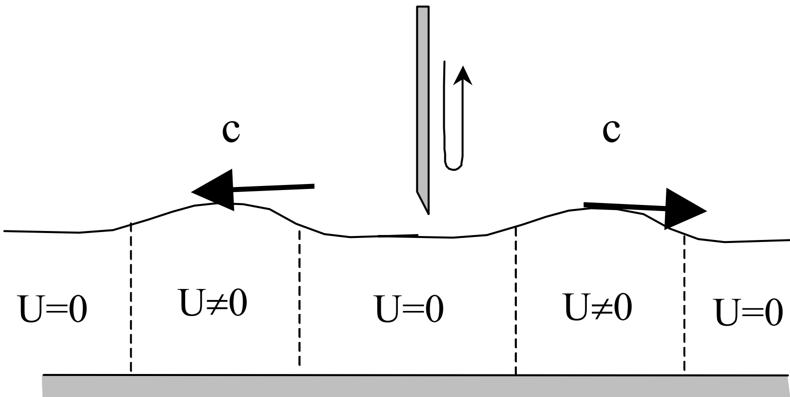


Comme pour les écoulements en charge, nous avons également un régime d'écoulement laminaire et turbulent. (L'écoulement laminaire est rare en hydraulique).

2.3. - Notion d'influence aval

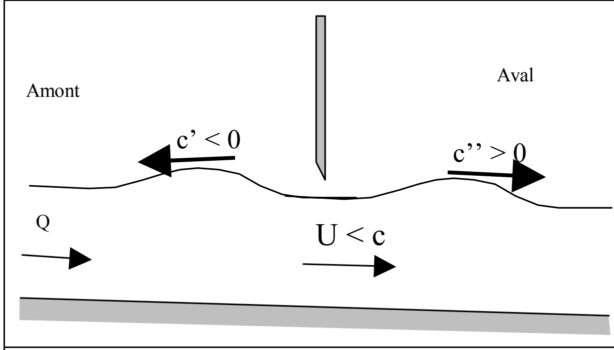
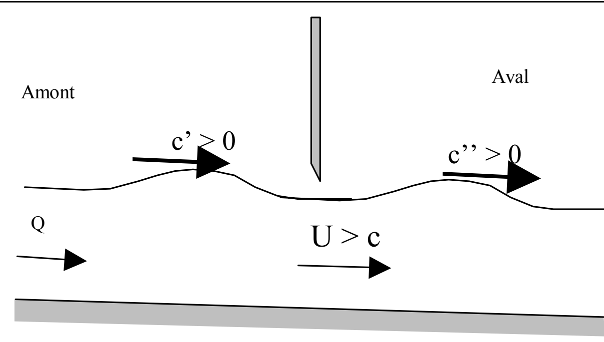
Expérience : l'onde de gravité

Considérons un canal à pente nulle, de section et de hauteur d'eau constante. Le fluide est au repos (vitesse nulle U=0). A un instant t, on perturbe la surface libre du canal. Il se développe deux ondes se déplaçant à la même célérité c. Ces ondes sont appelées ondes de gravité.



Expérience : notion d'influence aval

On utilise cette fois-ci un canal à section transversale, pente, hauteur (h) et débit (Q) constants. On crée une perturbation grâce à une vanne que l'on ferme et que l'on ouvre très rapidement.

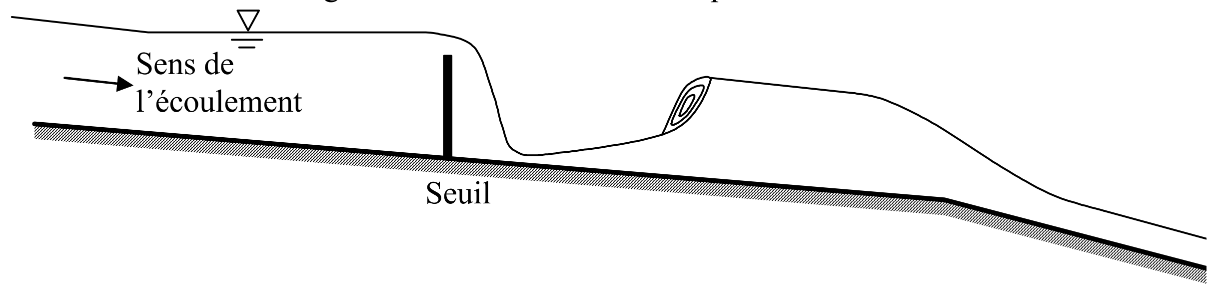
	Au niveau de la surface libre, il se crée deux ondes : • une onde se propageant vers l'aval, • une onde se propageant vers l'amont quand la vitesse (U) dans le canal est inférieure à la vitesse de l'onde de gravité (c).
	Quand la vitesse (U) dans le canal est supérieure à la vitesse de l'onde de gravité (c), alors deux ondes se propagent vers l'aval avec des vitesses différentes. U : vitesse de l'écoulement c : célérité des ondes c' : vitesse de l'onde amont c'' : vitesse de l'onde aval

De cette expérience, on en déduit que :

- dans le cas où la vitesse du fluide est supérieure à la vitesse de l'onde, l'amont n'est pas influencé par les conditions hydrauliques à l'aval (régime torrentiel);
- dans le cas contraire, on a une remontée de l'onde qui va perturber l'amont (régime fluvial), ce phénomène est appelé influence aval.

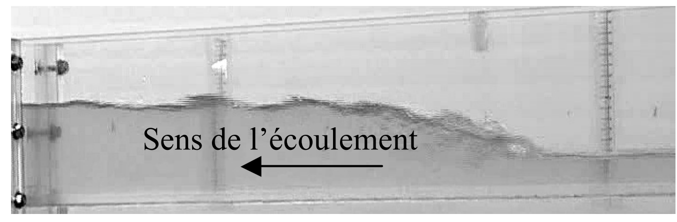
2.4. - Courbes de remous

Par rapport à l'écoulement en charge, un écoulement à surface libre a une difficulté supplémentaire qui est la détermination de la position de la surface libre par rapport au fond du canal (tirant d'eau). Celle-ci est variable en fonction des caractéristiques du fluide et de l'écoulement. La figure suivante montre un exemple de forme de surface libre.

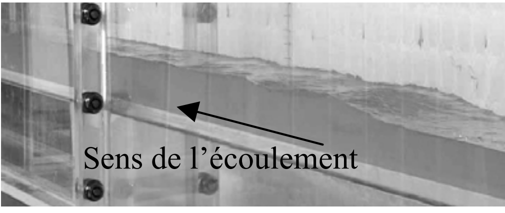


2.5. - Le ressaut

Le ressaut hydraulique se caractérise par une variation importante et croissante de la hauteur d'eau de l'amont vers l'aval du phénomène sur une courte distance. Dans la plupart des cas, une agitation importante de la surface libre permet rapidement de localiser le phénomène, comme par exemple dans le cas d'une ressaut fort.
Le ressaut hydraulique est l'un des phénomènes les plus complexes en hydraulique à surface libre. Les connaissances actuelles sur le ressaut hydraulique ne sont pas encore suffisamment étendues pour que l'écoulement interne soit parfaitement compris.



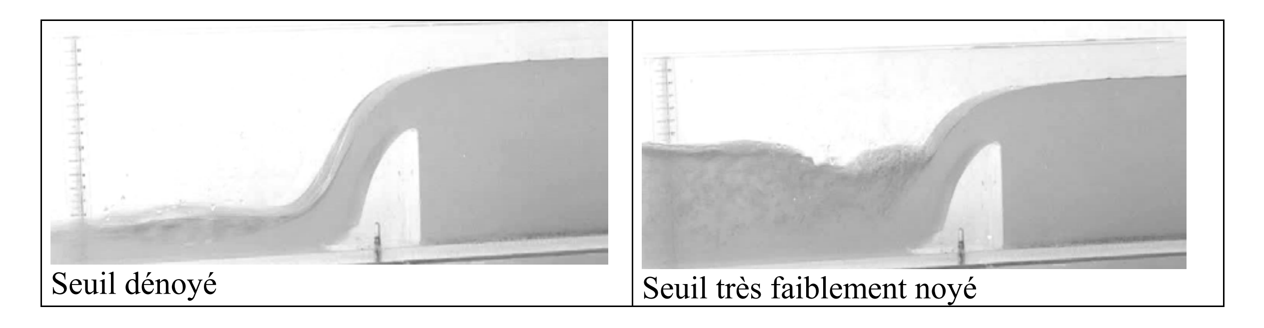
Ressaut fort

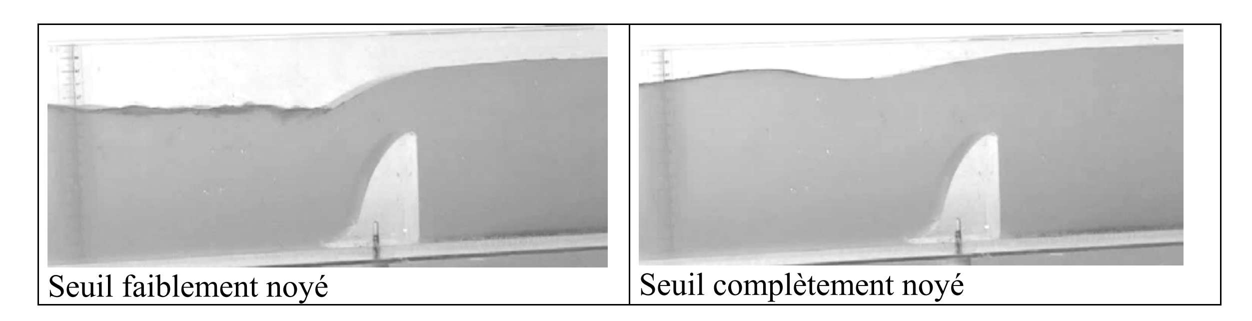


Ressaut ondulé

2.6. - Les seuils et déversoirs

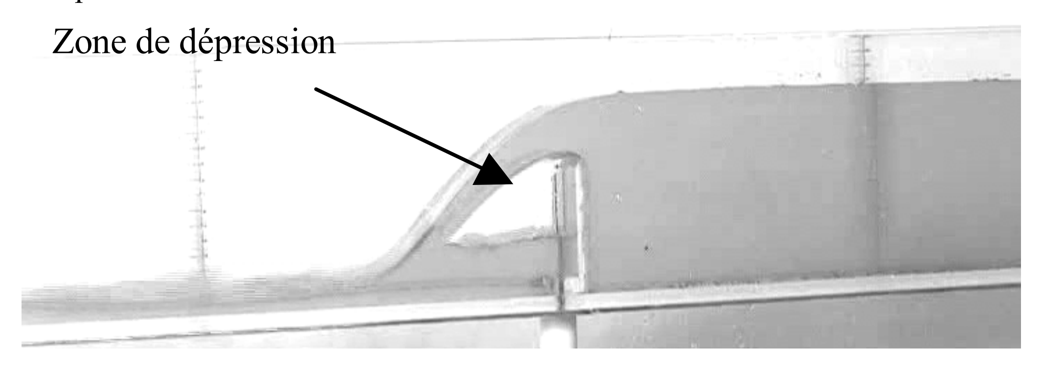
Le seuil crée un obstacle dans un canal, qui oblige le tirant d'eau à augmenter et donc l'eau à passer par dessus.
Dans le cas d'un seuil dénoyé, l'eau chute à l'aval du seuil.
Dans le cas ou le tirant d'eau à l'aval de l'ouvrage est important, la chute d'eau ne peut plus avoir lieu. Dans ces circonstances, le seuil est dit noyé.


Seuil dénoyé | Seuil très faiblement noyé



Seuil faiblement noyé	Seuil complètement noyé

En fonction de la forme du seuil et de la vitesse de l'écoulement, il peut apparaître une zone de dépression à l'aval du seuil.



Le déversoir est un ouvrage de bifurcation qui permet un partage des débits dans deux canaux. Par rapport à une simple bifurcation, où les débits sont partagés quelle que soit la hauteur d'eau, dans un déversoir, le déversement n'a lieu que si la hauteur du fluide atteint la hauteur de la crête déversante.

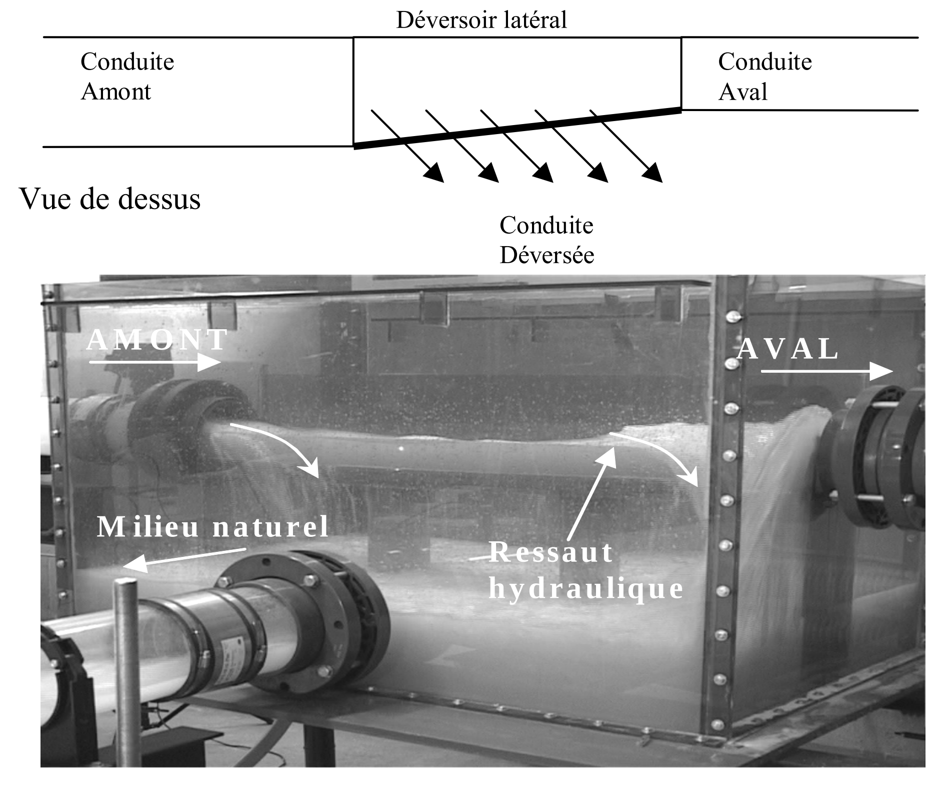
Déversoir latéral

Conduite Amont

Conduite Aval

Vue de dessus

Conduite Déversée



3. - PROPRIETES DES LIQUIDES

Dans l'établissement des principes de l'hydraulique, certaines propriétés des fluides jouent un rôle important, d'autres seulement un rôle mineur ou aucun rôle du tout. En hydrostatique (fluide au repos) c'est le *poids spécifique* qui est la propriété la plus importante, tandis qu'en hydrodynamique (fluide en mouvement), la *densité* et la *viscosité* sont des propriétés dominantes. La *pression de vapeur* prend de l'importance quand interviennent des basses pressions, le liquide en question contient des bulles de vapeur, c'est le phénomène de cavitation. La *tension de surface* influe sur les conditions statiques et dynamiques dans les conduits très étroits, c'est le phénomène de capillarité.

3.1. - Masse volumique

La masse volumique (ρ) est le rapport : $\rho = \frac{\text{Masse}}{\text{Volume}} = \frac{M}{V_{ol}}$ [Kg/m^3]

Pour les liquides, le volume est pratiquement insensible aux variations de pression et, dans la majorité des cas, il augmente faiblement quand la température augmente, l'eau faisant exception à cette règle en dessous de 4°C.

ρ_{eau} = 1000 kg/m^3

$\rho_{mercure}$ = 13546 kg/m^3

$\rho_{air\ sec}$ = 1,205 kg/m^3

Attention : Contrairement aux liquides, les gaz sont fortement compressibles. La variation de masse volumique dépend de la température et de la pression : $\rho = f(p, T)$.

3.2. - Poids spécifique

Il représente la force de gravité agissant sur la masse par unité de volume :

$$\gamma = g.\rho \text{ [N/m}^3\text{]}$$

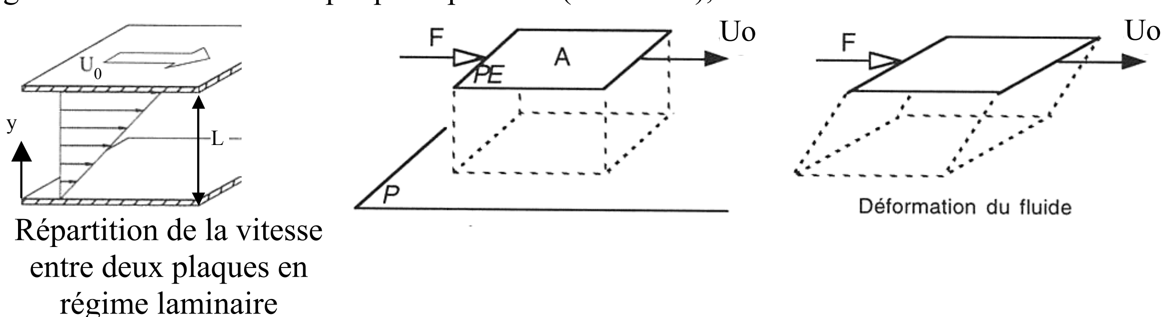
$\gamma_{eau} = 10^4$ N/m^3

3.3. - Viscosité

La viscosité d'un fluide en mouvement est la propriété qui exprime sa résistance à une force tangentielle.

Expérience :

Considérons un fluide placé entre deux plaques planes, parallèles, distantes de L et horizontales. L'une est fixe et l'autre est en mouvement uniforme de vitesse Uo. Pour générer une vitesse de la plaque supérieure (surface A), il faut exercer une force F.



Répartition de la vitesse entre deux plaques en régime laminaire

Cette force est la résultante des forces de frottements visqueux.

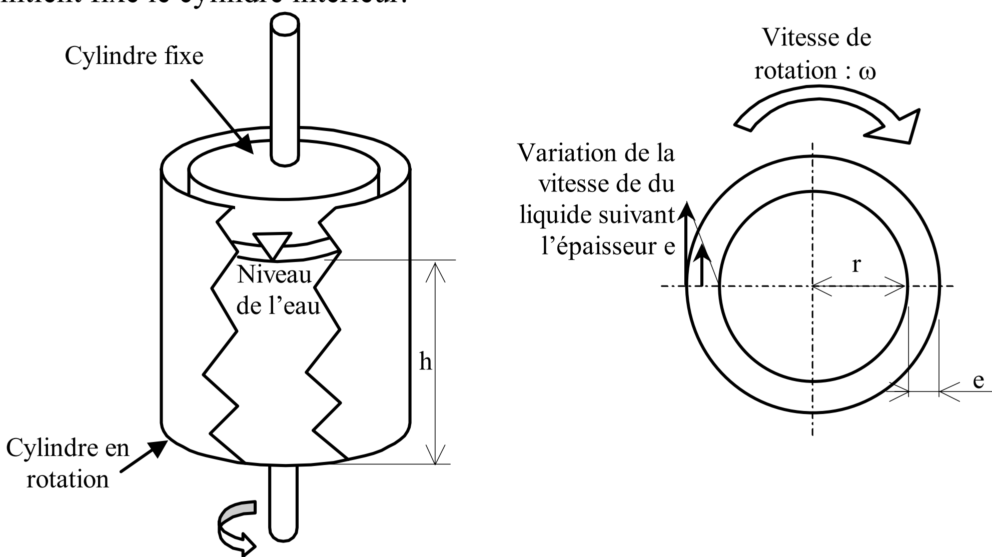
L'expérimentation permet de déduire une proportionnalité entre le rapport de la force F et la surface A avec le rapport entre la vitesse Uo et la longueur L telle que :

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{U_0}{L} = \mu \frac{\partial U}{\partial y}$$

μ [N.s/m^2] est appelé viscosité dynamique ou absolue.

Le viscosimètre :

On considère deux cylindres coaxiaux séparés par un intervalle e dont l'espace entre eux est rempli par un liquide. On fait tourner le cylindre extérieur à vitesse constante (ω) et on maintient fixe le cylindre intérieur.



Le fluide en contact avec le cylindre extérieur va y adhérer et par conséquent va être animé de la vitesse V du cylindre extérieur. Le fluide en contact avec le cylindre fixe aura une vitesse nulle. La viscosité fait naître une force de frottement que l'on mesure par le couple M.

Les expériences ont montré que :

- si e est faible par rapport au rayon intérieur r, la courbe représentative de la variation de la vitesse entre r et r+e est une droite,
- le couple (M) varie proportionnellement à la vitesse et on a :

$$M = \mu \frac{(2.\pi.r.h).r}{e} V$$

On définit un deuxième coefficient de viscosité, le coefficient de viscosité cinématique :

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ [m^2/s]

$\mu_{\text{eau à 20°C}} = 10^{-3}$ N.s/m^2 $\nu_{\text{eau à 20°C}} = 10^{-6}$ m^2/s	$\mu_{mercure} = 1{,}554.10^{-3}$ N.s/m^2 $\nu_{mercure} = 0{,}1147.10^{-6}$ m^2/s	$\mu_{air} = 18{,}5.10^{-6}$ N.s/m^2 $\nu_{air} = 15{,}6.10^{-6}$ m^2/s

On appelle fluide parfait un fluide dont la viscosité serait nulle (fluide inexistant dans la nature). La viscosité existe dès qu'il y a mouvement relatif entre particules, que ce soit en régime laminaire ou turbulent.

3.4. - Pression de vapeur saturante

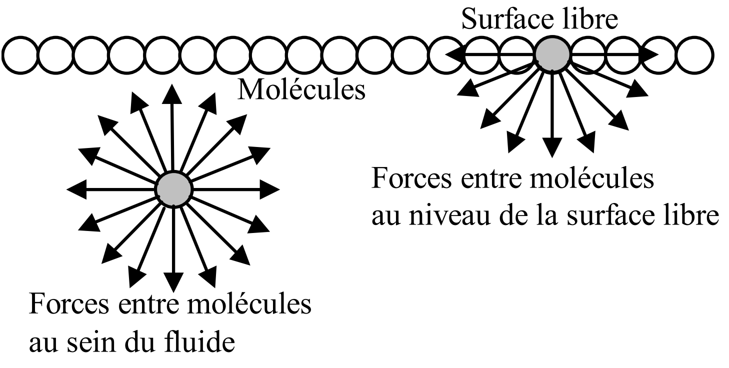
L'ébullition est un phénomène de changement d'état, dans lequel le liquide passe à l'état de vapeur. Tous les liquides ont tendance à s'évaporer ; la phase liquide se transforme en phase gazeuse. Au cours de cette transformation, les molécules de vapeur exercent une pression appelée pression de vapeur saturante. Dans le cas de l'eau, la pression de vapeur (p_s) croît avec une augmentation de la température (T).
La pression de vapeur saturante pour l'eau est donnée par la relation empirique suivante :

$$\log_{10}(p_s) = 22.435 - \frac{2795}{T + 273.15} - 3.868\log_{10}(T + 273.15)$$ avec p_s en Pa et T en °Celsius.

Si, à température constante, on abaisse la pression à la surface d'un liquide, ce dernier se met à bouillir lorsqu'on atteint la pression de vapeur saturante correspondant à cette température. Dans l'écoulement des liquides, il peut arriver que la pression en certains points devienne inférieure à la pression de vapeur saturante. Le liquide entre alors localement en ébullition et des bulles de vapeur apparaissent au sein même de l'écoulement. Ce phénomène, appelé cavitation, est le plus souvent nuisible pour les installations où il se produit (canalisation, pompes, turbine…). Les variations de volume lors du changement d'état sont telles qu'il se produit au sein du fluide de véritables explosions de bulles au moment de la vaporisation et de violentes implosions, lors de la condensation.

3.5. - Tension superficielle

Une molécule liquide au repos est soumise aux forces d'attractions que les molécules voisines exercent sur elle. Une molécule à la surface libre d'un liquide ou à la surface de séparation de deux liquides non miscibles n'est plus soumise à l'action de forces symétriques, puisqu'elle n'est plus entourée symétriquement par d'autres molécules de même nature. Ainsi la résultante des forces moléculaires n'est plus nulle. La surface de séparation se comporte comme une membrane tendue.
La force d'attraction tangentielle à la surface nécessaire pour arracher des particules agissant le long d'un segment de longueur unitaire est appelée tension superficielle.



Les effets de tension superficielle ne sont pas importants dans les écoulements en eau potable ou en assainissement et ne sont donc pas pris en compte.
Tension de surface : Air – eau à 20°C : 0,0724 N/m.

4. - CARACTERISATION DES FORCES DANS UN ECOULEMENT

4.1. - Les forces

Les forces qui agissent sur un volume fini de fluide sont de deux types :

- *Les forces de volumes*,
- *Les forces de surfaces*.

4.1.1. - Les forces de volumes

Elles se composent des forces suivantes :

- Les forces de pesanteur provenant de la gravité.
- Les forces d'accélération pure :

  Elles proviennent de la variation de la vitesse (V) de la masse d'une fluide (M) dans le temps.

  $$F_{\text{accélération pure}} = M\frac{\partial V}{\partial t}$$

  Prenons par exemple deux réservoirs à la même hauteur, dont l'un est vide et l'autre plein, reliés par une conduite de diamètre constant, horizontal et muni d'une vanne. A l'ouverture de la vanne, il se produit un écoulement. La variation de la vitesse dans le temps $\left(\partial V / \partial t\right)$ crée au sein de l'écoulement une force d'accélération pure.

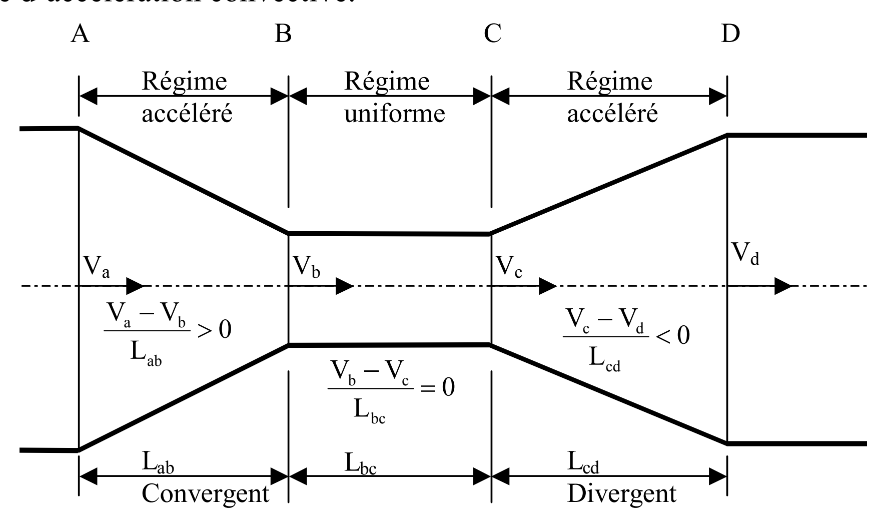
- Les forces d'accélération convective :

  Elles proviennent de la variation de la vitesse (V_x, V_y, V_z) dans l'espace (repère [x, y, z]).

  $$F_{\text{accélération convective}} = M\left(\frac{\partial V}{\partial x}.V_x + \frac{\partial V}{\partial y}.V_y + \frac{\partial V}{\partial z}.V_z\right)$$

  Prenons une conduite dont l'écoulement ne varie pas dans le temps ($\partial V / \partial t = 0$). L'écoulement étant permanent, le débit est identique en tout point de la canalisation. Or, si la surface A est supérieure à la surface B alors la vitesse en B (V_b) est supérieur à la vitesse en A (V_a).

  Cette variation de vitesse va engendrer une accélération qui va générer une force d'accélération convective.



4.1.2. - Les forces de surfaces

Elles se composent des forces suivantes :

- Les forces de pression :

La pression (p) est le rapport entre une force F agissant perpendiculairement à la surface (A) d'un fluide : $p = \frac{F}{A}$

- Les forces de frottement de viscosité :

Nous avons vu précédemment qu'un fluide, dont les particules sont en mouvement relatif, génèrent des forces de frottement dues à la viscosité. Le force de frottement s'écrit : $F = \mu A \frac{\partial U}{\partial y}$

- Les forces générées par la turbulence :

La turbulence décrite au premier chapitre joue un rôle majeur dans l'écoulement des fluides. La turbulence à tendance à « freiner » l'écoulement. Une façon de les représenter mathématiquement consiste à les assimiler à des forces de frottement, ce qui est faux compte tenu de la nature même de la turbulence.

4.2. - Importance des différentes forces

En général, l'hydraulicien doit s'occuper de l'effet de la force dominante. Dans la plupart des problèmes d'écoulement des fluides, la pesanteur, la viscosité et l'élasticité sont prépondérantes, mais pas toujours simultanément.

L'importance relative des différentes forces agissant sur un liquide est calculée par des nombres adimensionnels représentant les rapports entre ces forces. L'analyse dimensionnelle permet de simplifier ces rapports. Les différentes dimensions utilisées sont :

L : longueur,
T : temps,
ρ : masse volumique.

4.2.1. - Le Nombre d'Euler

Le nombre de Euler est le rapport entre les forces d'inertie (Ma) et les forces de pression (pA).

$$\frac{Ma}{pA} = \frac{(\rho L^3)(L/T^2)}{pL^2} = \rho \frac{V^2}{p}$$

M : la masse,
a : l'accélération du fluide,
p : la pression,
A : la surface d'application de la pression,
V : vitesse caractéristique de l'écoulement.

Ce rapport est utilisé lorsqu'on calcul les forces (statiques et dynamiques) de l'eau sur une paroi ou un ouvrage.

4.2.2. - Le Nombre de Reynolds

Le Nombre de Reynolds (Re) est le rapport entre les forces d'inertie (Ma) et les forces de viscosité (τA).

$$Re = \frac{Ma}{\tau A} = \frac{(\rho L^3)(L/T^2)}{\mu\left(\frac{L/T}{L}\right)L^2} = \rho \frac{VL}{\mu}$$

τ : la force de frottement par unité de surface,
A : la surface d'application de la force de frottement,
L : longueur caractéristique de l'écoulement.

Ce rapport permet de distinguer le régime laminaire et turbulent.
Si Re > valeur dépendant de l'ouvrage étudié **alors** turbulent
Si Re < valeur dépendant de l'ouvrage étudié **alors** laminaire

Exemples :

Ecoulement dans une conduite circulaire : **Si** Re > 2500 **alors** turbulent **Si** Re < 2000 **alors** laminaire L : diamètre de la conduite.	Ecoulement entre deux plaques parallèles : **Si** Re < 500 **alors** laminaire **Sinon** turbulent L : distance entre les deux plaques.	Ecoulement autour d'une sphère : **Si** Re < 1 **alors** laminaire **Sinon** turbulent L : diamètre de la sphère.

4.2.3. - Le Nombre de Froude

Le nombre de Froude est le rapport entre les forces d'inertie (Ma) et les forces de pesanteur (Mg).

$$\frac{Ma}{Mg} = \frac{(\rho L^3)(L/T^2)}{(\rho L^3)g} = \frac{\rho L^2 V^2}{(\rho L^3)g} = \frac{V^2}{Lg}$$

g : l'accélération de la pesanteur,
L : longueur caractéristique de l'écoulement,
V : vitesse caractéristique de l'écoulement.

Ce rapport permet de distinguer le régime fluvial ou torrentiel que nous avons vu au §2.3.

4.2.4. - Le Nombre de Cauchy

Le nombre de Cauchy est le rapport entre les forces d'inertie (Ma) et les forces d'élasticité (EA).

$$\frac{Ma}{EA} = \frac{(\rho L^3)(L/T^2)}{EL^2} = \frac{\rho V^2}{E}$$

E : module d'élasticité.

4.2.5. - Le Nombre de Weber

Le nombre de Weber est le rapport entre les forces d'inertie (Ma) et les forces de tension superficielle (σL).

$$\frac{Ma}{\sigma L} = \frac{(\rho L^3)(L/T^2)}{\sigma L} = \frac{\rho L V^2}{\sigma}$$

σ : tension de surface.

5. - LES EQUATIONS DE BASE

La détermination des caractéristiques d'un écoulement consiste à rechercher la pression et la vitesse en tous points. Pour cela, il faut écrire des équations d'équilibre (ou de conservation) entre les différentes forces agissant sur le fluide.
Ces équations d'équilibre sont :

- l'équation de continuité ou équation de conservation de la masse (m) du fluide.

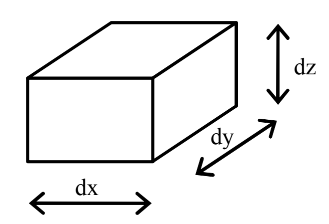
$$\frac{dm}{dt} = 0$$

- l'équation de la quantité de mouvement qui traduit l'équilibre entre la somme des forces extérieures (F) qui exercent une influence sur le fluide et le taux de variation de la quantité de mouvement du fluide de masse m.

$$\frac{d(m.v)}{dt} = \sum F$$

6. - OUTILS MATHEMATIQUES

Elément de volume : dv = dx.dy.dz



Dérivée partielle : $\frac{\partial}{\partial x}$

Dérivée totale : $dP = \frac{\partial P}{\partial t} dt + \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}$$

Gradient d'un scalaire : $\overrightarrow{grad}(f) = \underline{grad}(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix}$

Gradient d'un vecteur : $\underline{\underline{grad}}(\underline{V}) = \underline{\underline{grad}} \begin{bmatrix} Vx \\ Vy \\ Vz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Vx}{\partial x} & \frac{\partial Vx}{\partial y} & \frac{\partial Vx}{\partial z} \\ \frac{\partial Vy}{\partial x} & \frac{\partial Vy}{\partial y} & \frac{\partial Vy}{\partial z} \\ \frac{\partial Vz}{\partial x} & \frac{\partial Vz}{\partial y} & \frac{\partial Vz}{\partial z} \end{bmatrix}$

Divergence d'un vecteur : $div(\underline{V}) = \frac{\partial Vx}{\partial x} + \frac{\partial Vy}{\partial y} + \frac{\partial Vz}{\partial z}$

Rotationnel : $\underline{Rot}(\underline{V}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Vx \\ Vy \\ Vz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Vz}{\partial y} - \frac{\partial Vy}{\partial z} \\ \frac{\partial Vx}{\partial z} - \frac{\partial Vz}{\partial x} \\ \frac{\partial Vy}{\partial x} - \frac{\partial Vx}{\partial y} \end{bmatrix}$

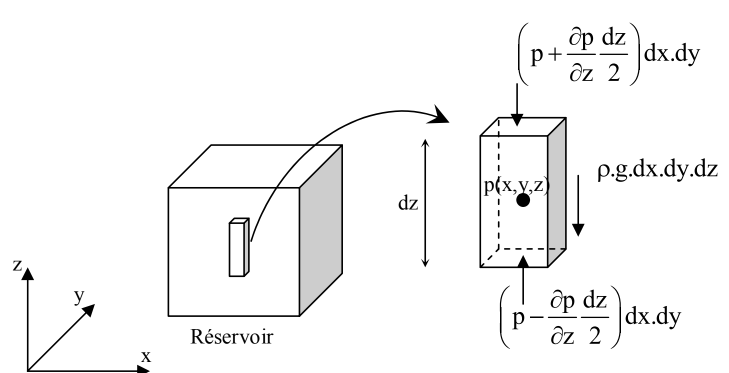
Chapitre II :

HYDROSTATIQUE

L'hydrostatique étudie les conditions d'équilibre des liquides au repos. Ce chapitre aborde l'étude de la répartition de la pression, notamment en fonction de la distance verticale, ainsi que les forces qui en résultent.

1. - EQUATIONS DE L'HYDROSTATIQUE

Nous avons vu au chapitre précédent que l'ensemble des forces agissant sur un fluide sont de deux natures : les forces de volume et les forces de surface. En reprenant les résultats acquis dans ce chapitre, nous allons détaillé l'ensemble de ses forces.
Considérons dans un réservoir un fluide au repos, dont on extrait un petit parallélépipède d'eau d'axe vertical z. Soit p la pression en son centre. Il est soumis aux forces verticales suivantes :



Concernant les forces de volume, il n'en existe qu'une seule la force de pesanteur. Elle s'écrit de la façon suivante :

$$F_{pesanteur} = \rho g.(dx.dy.dz)$$

Les forces d'inertie n'existe pas puisque le fluide est au repos (vitesse nulle).

Concernant les forces de surface, la pression agit sur la face supérieure et inférieure de l'élément. Ces forces s'écrivent de la façon suivante :

Force de pression sur le surface inférieure : $F_{pression\ inf.} = \left(p - \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dx.dy$

Force de pression sur le surface supérieure : $F_{pression\ sup.} = -\left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dx.dy$

Les forces de viscosité et de turbulence n'existent pas puisqu'il n'y a pas de vitesse relative entre les particules de fluide.

L'équation de l'hydrostatique est déterminé en écrivant l'équilibre de l'ensemble des forces : $\sum F = \text{Forces d'inertie}$. En projetant cette équation suivant la verticale, on a :

$$-\rho.g.(dx.dy.dz) + \left(p - \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dx.dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dx.dy = 0$$

soit : $$-\rho.g - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

On peut écrire de façon analogue les équations d'équilibre dans les autres directions :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \; ; \; \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Ces trois équations montrent que la pression est indépendante de x et de y, c'est-à-dire que la pression ne varie pas dans les directions x et y ou encore qu'elle est constante dans un plan horizontale. Cela est vérifié tant que l'on reste dans un même fluide (ρ constante). La pression ne dépend que de z, ce qu'on écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho.g \text{ ou } dp = -\rho.g.dz$$

2. - VARIATION DE LA PRESSION DANS UN FLUIDE INCOMPRESSIBLE

Pour un fluide incompressible (ρ = Cte), l'intégration de l'équation ci-dessus s'écrit : $p + \rho.g.z = Cte$.

On écrit fréquemment : $p^* = p + \rho.g.z = Cte$.
On nomme p* l'énergie potentielle par unité de volume.
Une autre écriture consiste à diviser l'équation par ρ.g : $\frac{p^*}{\rho g} = \frac{p}{\rho g} + z = Cste$,

On remarque que $\frac{p^*}{\rho g}$ est homogène à z c'est-à-dire à une longueur ce qui offre un moyen pratique pour la représenter graphiquement. $\frac{p^*}{\rho g}$ est appelée hauteur piézométrique.

Dans ce cas, la pression p est mesurée en hauteur de colonne du liquide ρ .

<u>Unités de mesure :</u>
L'unité légale est le pascal : 1 Pa = 1N/m^2
Un multiple du pascal est le bar : 1 bar = 10^5 Pa
Il existe d'autres unités plus pratiques :

- Le mètre de colonne d'eau : $1{,}0mCE \rightarrow 1{,}0mCE.\rho_{eau}.g = 9{,}81.10^3 Pa = 0{,}098bar$

$$1{,}0bar = 10^5 Pa \rightarrow \frac{10^5}{\rho_{eau}.g} = 10{,}19mCE$$

- Le millimètre de mercure : $1{,}0\text{mmHg} \rightarrow 10^{-3}\rho_{\text{mercure}}.g = 1{,}33.10^{2}\,\text{Pa}$

$$1.0\text{bar} = 10^{5}\,\text{Pa} \rightarrow \frac{10^{5}}{\rho_{\text{mercure}}.g}.1000 = 752{,}5\text{mmHg}$$

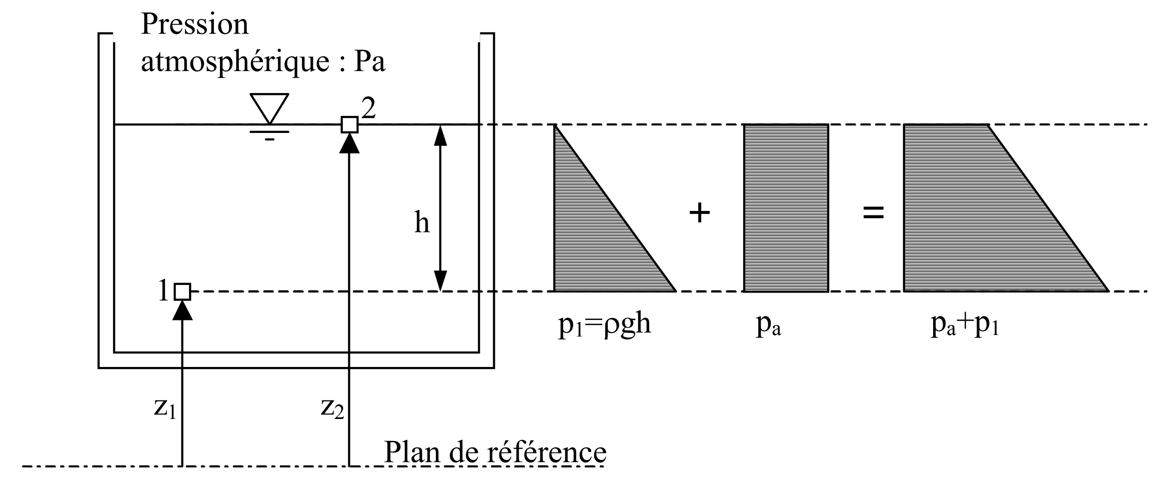
En hydraulique des réseaux urbains, la pression est le plus souvent exprimée en mètres de colonne d'eau et en bars.

Pression absolue et pression relative :

La pression absolue est définie par rapport à la pression dans le vide qui correspond à la pression nulle. On en déduit donc que la pression minimale possible est zéro.

La pression relative se définit par rapport à une référence que l'on choisi le plus souvent égale à la pression atmosphérique. Cela consiste finalement à faire une translation du repère des pressions. La pression nulle est donc équivalente à la pression atmosphérique (p_a). La pression minimale correspond donc à : -pa (pression atmosphérique négative).

Prenons par exemple un réservoir où la surface libre est à la pression atmosphérique (p_a).
En écrivant l'équation de l'hydrostatique par rapport à un plan de référence, on a :
$p + \rho.g.z = Cte$
Entre le point 1 et 2, on a :
$p_1 + \rho.g.z_1 = p_2 + \rho.g.z_2 = Cte$,
soit : $p_1 = p_2 + \rho.g.(z_2 - z_1) = p_a + \rho.g.h$, avec $p_a=10^5$ Pa.
La pression en 1 est mesurée en pression absolue.
La figure suivante montre la répartition des pressions suivant la hauteur.



Dans la pratique, on préfère souvent mesurer par rapport à la pression atmosphérique (p_a).
Dans ce cas, la pression au point 1 devient : $p_1' = p_1 - p_a = \rho.g.(z_2 - z_1) = \rho.g.h$. La pression en 1 est mesurée en pression relative par rapport à la pression atmosphérique.
La plupart des instruments de mesure fournit une pression relative appelée également pression manométrique.

3. - VARIATION DE LA PRESSION DANS UN FLUIDE COMPRESSIBLE

Contrairement aux liquides, les gaz sont fortement compressibles. La variation de la masse volumique ρ dépend de pression p et de la température T : $\rho = f(p,T)$. S'il s'agit d'un gaz parfait, nous avons : $\frac{p}{\rho} = rT$, r étant une constante. On peut ainsi définir à l'altitude z_0 : $\frac{p_0}{\rho_0} = rT_0$, ce qui nous permet de calculer la constante r.

En reprenant l'équation de l'hydrostatique : $-\rho.g = \frac{dp}{dz}$ on a : $\frac{dp}{dz} = -\rho_0 g \frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T}$.

Si on se place à température constante $T=T_0$, l'équation peut ainsi s'écrire :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0}dz \Rightarrow p=p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g}{p_0}z\right)$$

Dans le cas de l'air, $p_0=1{,}013\ 10^5$ Pa et $\rho_0=1.205$ kg/m^3, l'équation précédente permet de caractériser l'évolution de la pression dans l'air en fonction de l'altitude :

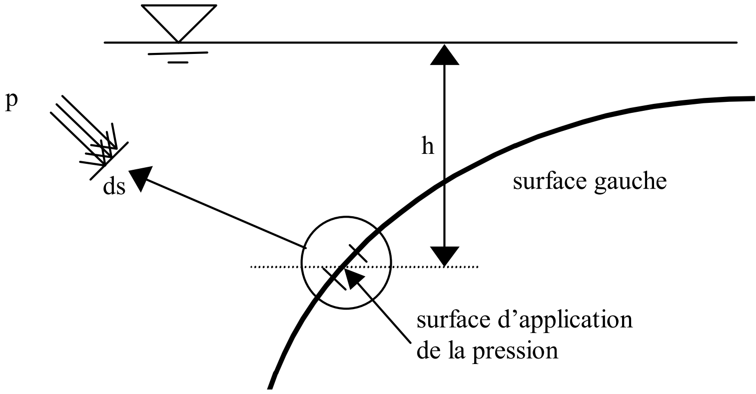
$$p=p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g}{p_0}z\right) = 1{,}013.10^5 \exp\left(-\frac{z}{8570}\right)$$

4. - FORCES HYDROSTATIQUES SUR LES PAROIS

Les forces hydrostatiques sur une surface proviennent des forces de pressions du fluide agissant sur cette surface.

Il convient, donc dans un premier temps, de caractériser la pression du fluide sur une surface. Pour cela, on a besoin de :

- l'intensité : la pression dépend de la profondeur d'eau h. Elle est calculée par la relation : $p = \rho.g.h$,
- la zone d'application : la pression s'applique sur une surface (ds),
- la direction : la pression est toujours perpendiculaire à la surface d'application.



Le calcul des forces hydrostatiques sur une surface quelconque plongée dans l'eau, consiste à déterminer les trois caractéristiques suivantes :

- l'intensité de la force qui s'applique sur la surface ds : $dF = p.ds = \rho.g.h.ds$,
- le point d'application de la force,
- la direction.

Dans le but de fournir des résultats facilement applicables, on distingue les surfaces planes et les surfaces gauches.

4.1. - Paroi plane en position inclinée

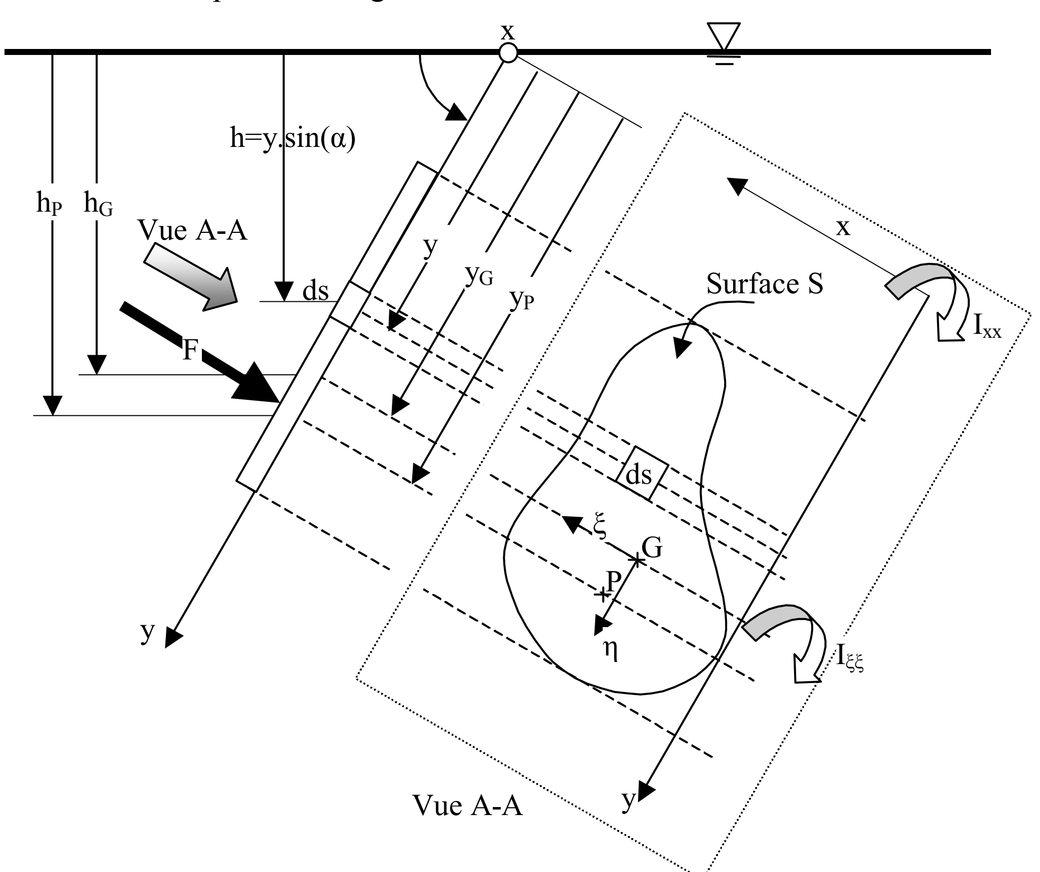
On s'intéresse aux surfaces planes de forme quelconque entièrement immergée dans l'eau. La figure suivante représente à gauche la surface immergée et à droite une vue A-A de cette surface. On définit un repère (x,y) dont l'axe (x) est sur la surface libre et (y) dirigé vers le bas et passant par la surface plane. Le point $G(x_G,y_G)$ est le centre de gravité de la section. On définit le repère (ξ, η) comme étant une translation du repère (x,y) centré en G. L'intensité de la force résultante agissant sur la surface S est définie par :

$$F = \int_S dF = \rho.g\int_S hds$$

L'intégration de cette équation s'écrit :

$$F = \rho.g.h_G.S,$$

h_G : hauteur d'eau du centre de gravité de la paroi immergée,
S : surface de la paroi immergée.



Le point d'application de la force résultante des pressions $P(x_p, y_p)$ est appelé : centre de pression ou de poussée.
La position de ce point est définie par la position du barycentre des surfaces élémentaires (ds) pondérées par la pression sur chaque surface, ce qui revient à calculer le moment équivalent des forces de pression, c'est-à-dire :

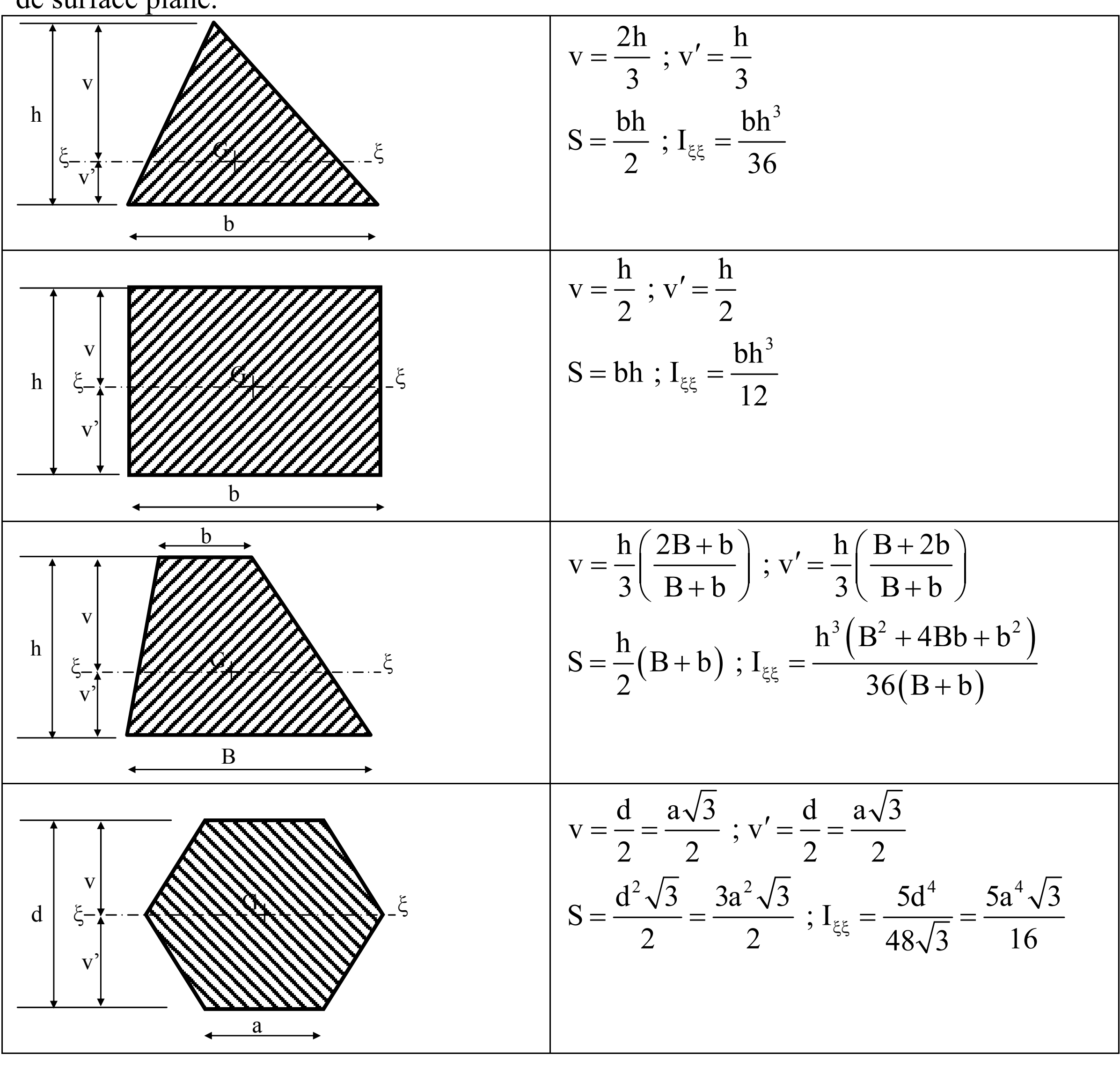
$$\int_S x.dF = x_p.F$$

$$\int_S y.dF = y_p.F$$

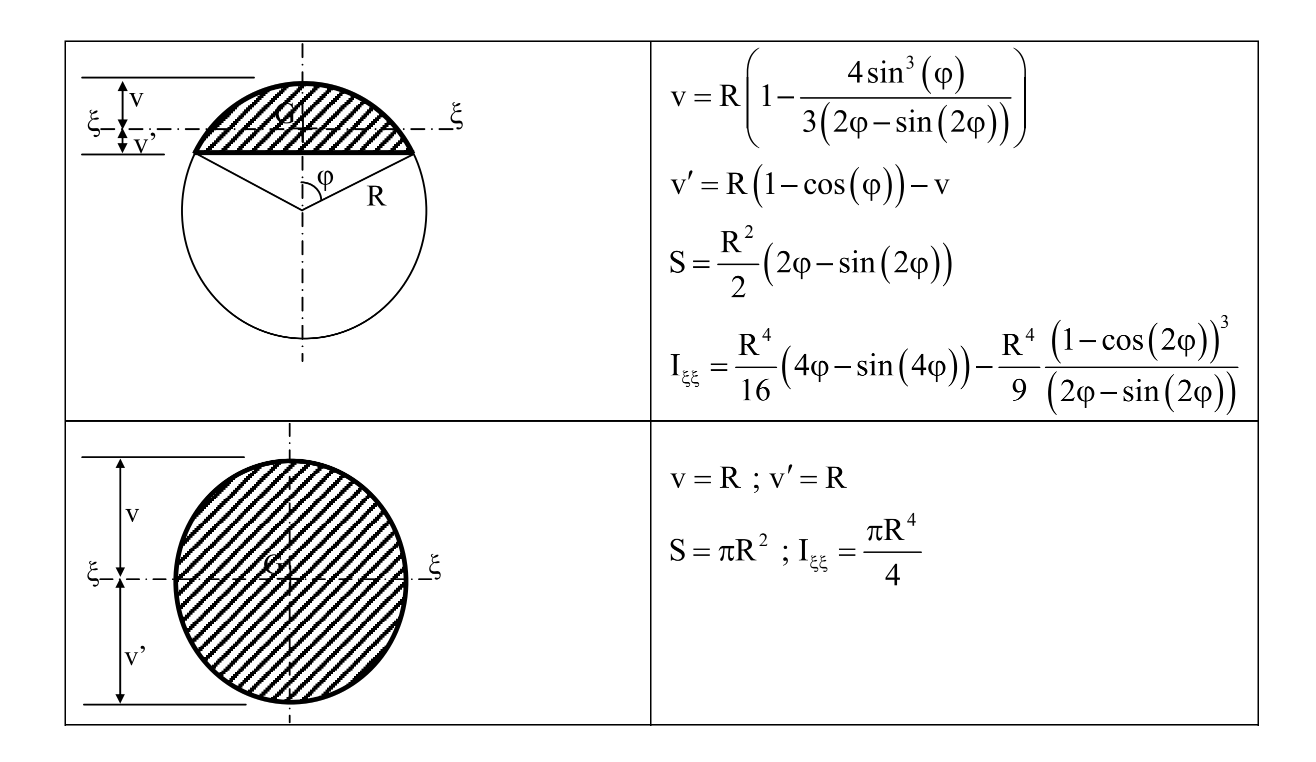
Dans le grande majorité des cas les surfaces sont symétriques par rapport à l'axe η, ce qui revient à dire que : $x_p = x_G$.
La deuxième intégrale s'écrit :

$$y_p = \frac{\int_S y^2 ds}{\int_S y ds} = y_G + \frac{I_{\xi\xi}}{y_G.S}$$

$I_{\xi\xi}$ représente l'inertie de la section suivant les axes ξξ.
Le tableau suivant fournit le centre de gravité, la surface et l'inertie pour quelques formes de surface plane.



Triangle	$v = \frac{2h}{3}$; $v' = \frac{h}{3}$ $S = \frac{bh}{2}$; $I_{\xi\xi} = \frac{bh^3}{36}$
Rectangle	$v = \frac{h}{2}$; $v' = \frac{h}{2}$ $S = bh$; $I_{\xi\xi} = \frac{bh^3}{12}$
Trapèze	$v = \frac{h}{3}\left(\frac{2B+b}{B+b}\right)$; $v' = \frac{h}{3}\left(\frac{B+2b}{B+b}\right)$ $S = \frac{h}{2}(B+b)$; $I_{\xi\xi} = \frac{h^3(B^2+4Bb+b^2)}{36(B+b)}$
Hexagone	$v = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $v' = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $S = \frac{d^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$; $I_{\xi\xi} = \frac{5d^4}{48\sqrt{3}} = \frac{5a^4\sqrt{3}}{16}$



	$v = R\left(1-\frac{4\sin^3(\varphi)}{3\left(2\varphi-\sin(2\varphi)\right)}\right)$ $v' = R\left(1-\cos(\varphi)\right)-v$ $S = \frac{R^2}{2}\left(2\varphi-\sin(2\varphi)\right)$ $I_{\xi\xi} = \frac{R^4}{16}\left(4\varphi-\sin(4\varphi)\right)-\frac{R^4}{9}\frac{\left(1-\cos(2\varphi)\right)^3}{\left(2\varphi-\sin(2\varphi)\right)}$
	$v = R\ ;\ v' = R$ $S = \pi R^2\ ;\ I_{\xi\xi} = \frac{\pi R^4}{4}$

4.2. - Paroi à surface gauche

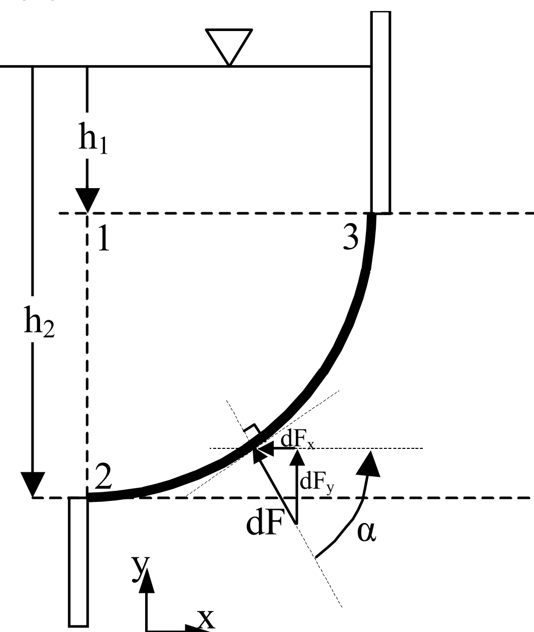
La première méthode permettant le calcul de la force résultante F sur une paroi gauche consiste à décomposer la force élémentaire $d\overline{F}$ suivant les axes x et y :

$d\overline{F} = dF_x.\overline{x} + dF_y.\overline{y}$

L'évaluation des projections de $d\overline{F}$ suivant x et y, peut se faire de la manière suivante :

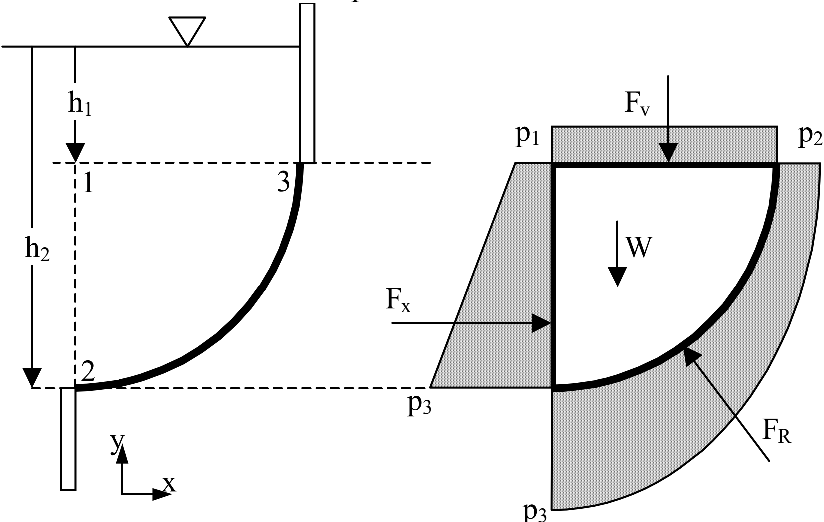
$dF_x = \cos(\alpha).p.ds = \cos(\alpha).\rho.g.h.ds$

$dF_y = \sin(\alpha).p.ds = \sin(\alpha).\rho.g.h.ds$



L'intégration dF_x et dF_y sur toute la surface de l'élément courbe permet d'évaluer le force résultante F. Compte tenu de la surface courbe, l'angle α est variable, ce qui complique le calcul de l'intégrale.

Une deuxième méthode consiste à isoler un volume de fluide et à faire l'équilibre des forces extérieures agissant sur ce volume.
Dans l'exemple suivant, le volume de fluide isolé est composé d'un ensemble de surfaces planes horizontales et verticales et de la surface gauche (23). Le choix des surfaces planes se justifie par l'utilisation des relations précédentes.



En faisant l'équilibre des forces suivant l'horizontale, on en déduit que la composante horizontale de la force hydrostatique (F_R) est donnée par F_x. La composante verticale est la somme de la force F_v et du poids de l'eau W. En faisant la composition vectorielle des forces F_x et F_v, on en déduit F_R. Il suffit d'écrire ensuite le moment des forces par rapport un point quelconque pour localiser la position de F_R.

5. - FORCES HYDROSTATIQUES SUR DES CORPS IMMERGES

5.1. - Forces d'Archimède

Supposons qu'une surface fermée formant un corps solide de poids volumique γ_s, de volume total V et de volume immergé $V_{immergé}$, se trouve immergée entièrement ou partiellement ($V_{immergé} \leq V$) dans un liquide au repos de poids volumique γ. Les forces verticales qui agissent sur le corps sont :

- les forces de pesanteur : $V. \gamma_s$
- les forces de pression du liquide : $V_{immergé}. \gamma$

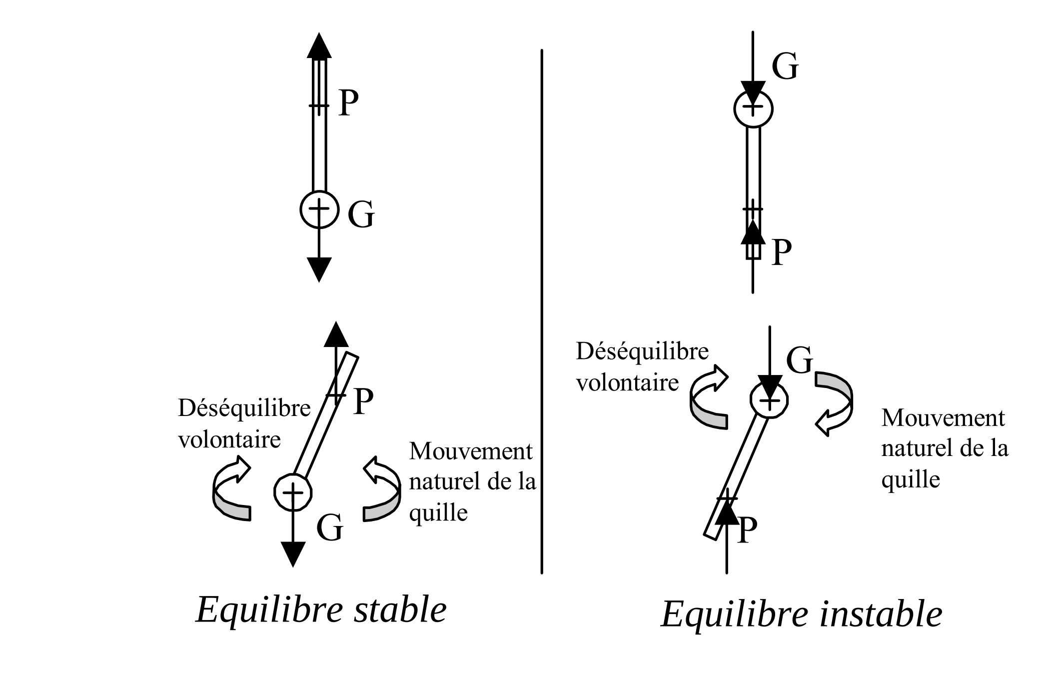
(Appelées forces d'Archimède ou forces de portance)

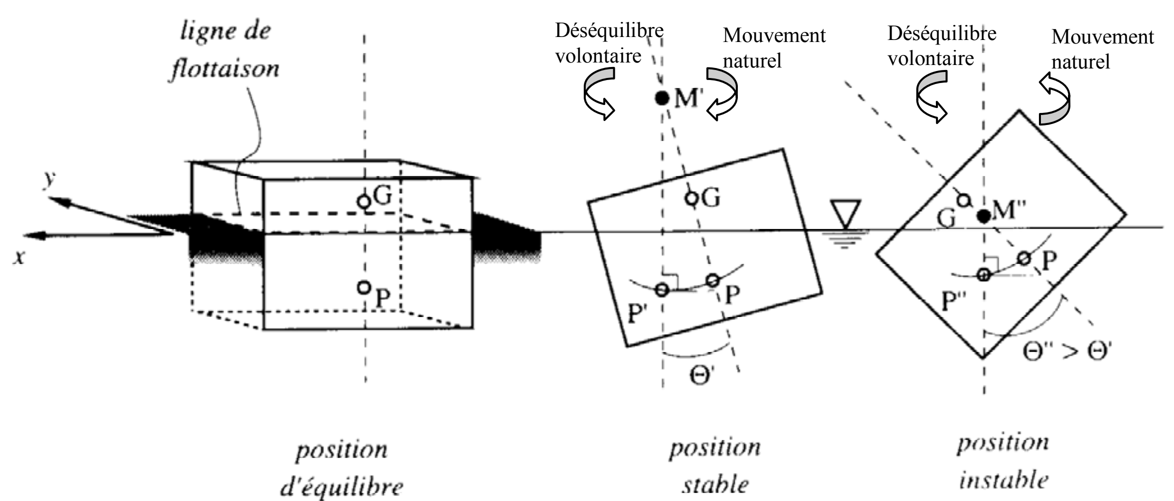
La force d'Archimède est appliquée au centre de gravité du liquide déplacé (centre de poussée). Pour un corps plein de poids volumique homogène et entièrement immergé, le centre de poussée est confondu avec le centre de gravité du corps. Il n'en est pas de même pour les corps flottants.

5.2. - Equilibre des corps immergés

Un corps est en équilibre si le poids W et la force d'Archimède sont égaux, opposés et situés sur la même ligne verticale. Dans le cas contraire, il en résulte un mouvement.
La stabilité peut se définir de la façon suivante : si on incline un corps d'un angle par rapport à la verticale, le corps est soumis à un couple de redressements qui le fait tourner jusqu'à ce qu'il revienne à sa position initiale.

L'instabilité est donc définie par un couple qui tend à augmenter l'inclinaison.





Dans cet exemple, on constate que la position d'équilibre stable est vérifiée pour un angle Θ', et que la position instable correspond à un angle Θ'' qui a la particularité : Θ'< Θ''. On en déduit qu'il existe donc un angle limite Θ_{limite} de basculement entre l'état stable et instable.

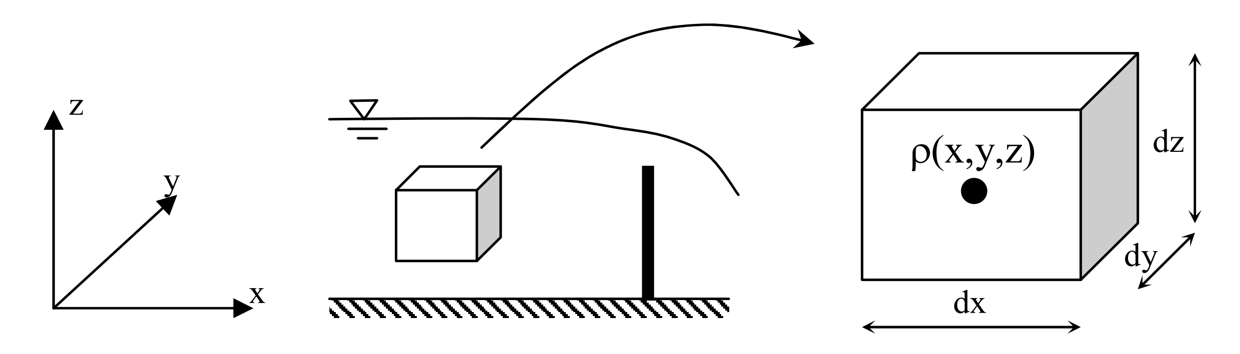
Chapitre III :

L'HYDRAULIQUE EN CHARGE

La dynamique des fluides consiste à étudier le mouvement des particules fluides soumises à un système de forces. Bien souvent, on commence par l'étude les fluides fictifs dit « fluides parfaits ». Ils ont la particularité de ne pas avoir de viscosité et de ne pas développer de la turbulence. Ils permettent d'établir l'équation de Bernoulli facilement.
Les fluides réels engendrent des forces de frottement dues à la turbulence et à la viscosité. La présence de ces forces induit une perte de charge (énergie) qui est une transformation irréversible de l'énergie mécanique en énergie thermique.
Ce chapitre aborde, dans un premier temps, l'équation de continuité et surtout l'établissement de l'équation de Bernoulli. Dans un deuxième temps, l'évaluation des pertes de charges ainsi que les méthodes de calcul des réseaux hydrauliques en charge sont exposées.

1. - L'EQUATION DE CONTINUITE

Cette équation exprime le principe de conservation de la masse : la variation de masse de fluide d'un élément de volume dv pendant un temps dt est égale à la masse de fluide entrante dans ce volume déduite de la masse de fluide sortante.



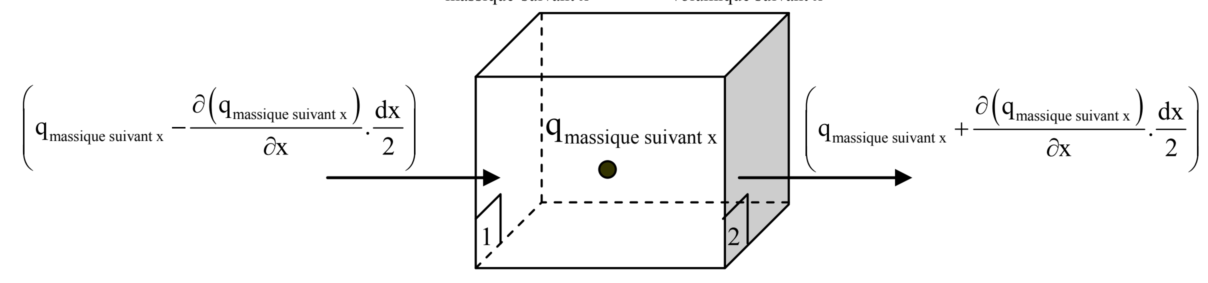
Variation de masse entre t et t+dt

La masse de fluide contenue dans le volume dv=dx.dy.dz est égale au temps t à : ρ.dx.dy.dz

Après un temps dt dans ce même volume, la masse est égale à : $\left(\rho+\frac{\partial\rho}{\partial t}dt\right)dx.dy.dz$

On constate donc une variation de masse de : $\frac{\partial\rho}{\partial t}dt.dx.dy.dz$

Variation de masse de fluide pendant la durée dt entre ce qui entre et ce qui sort :
On défini le débit massique par : $q_{\text{massique suivant x}}=\rho.Q_{\text{volumique suivant x}}=\rho.u.dy.dz$



La masse de fluide entrante par la face 1 (suivant x) pendant le temps dt est :

$$\left(q_{\text{massique suivant x}}-\frac{\partial\left(q_{\text{massique suivant x}}\right)}{\partial x}.\frac{dx}{2}\right).dt=\left(\rho u.dydz-\frac{\partial\left(\rho u.dydz\right)}{\partial x}.\frac{dx}{2}\right).dt$$

La masse de fluide sortante par la face 2 (suivant x) pendant le temps dt est :

$$\left(q_{\text{massique suivant x}}+\frac{\partial\left(q_{\text{massique suivant x}}\right)}{\partial x}.\frac{dx}{2}\right).dt=\left(\rho u.dydz+\frac{\partial\left(\rho u.dydz\right)}{\partial x}.\frac{dx}{2}\right).dt$$

La différence de masse entre ce qui entre et ce qui sort dans le volume dv est donc suivant x : $-\frac{\partial\rho u}{\partial x}dx.dy.dz.dt$

On a de même suivant y et z avec $V=\begin{bmatrix}u\\v\\w\end{bmatrix}$: $-\frac{\partial\rho v}{\partial y}dx.dy.dz.dt$; $-\frac{\partial\rho w}{\partial z}dx.dy.dz.dt$

En écrivant que la variation de masse de fluide d'un élément de volume dv pendant un temps dt est égale à la masse de fluide entrante dans ce volume moins la masse de fluide sortante, on a :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}-\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}-\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\text{div}(\rho V)=0$$

C'est l'équation de continuité d'un fluide conservatif.

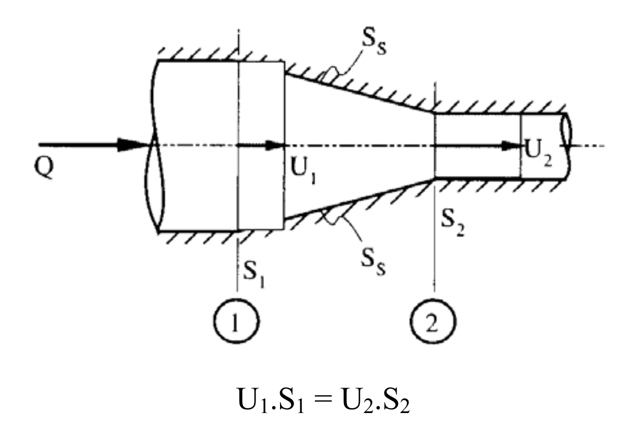
Cas des fluides incompressibles :

Si le fluide est en mouvement permanent ($\frac{\partial}{\partial t}=0$) la masse volume ρ est indépendante du temps et si le fluide est incompressible, ρ est indépendant de x, y et z, l'équation de continuité se réduit à :

$$\text{div}(V)=0$$

L'interprétation physique de cette équation est la suivante : les débits Q entrant et sortant à travers un volume quelconque et rempli du fluide doivent être égaux.

<u>Exemple de conduite à section variable :</u>
(Intégration de div(V) sur le volume et passage à une intégrale de surface par Ostogradski)



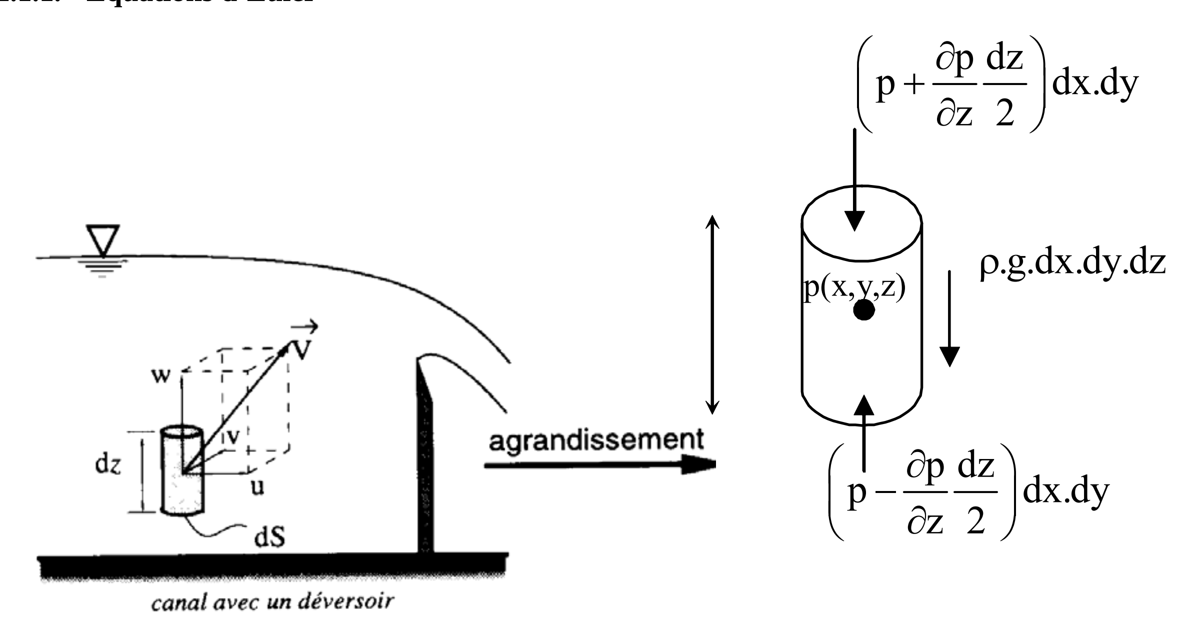
$$U_1.S_1 = U_2.S_2$$

2. - EQUATIONS DE BERNOULLI

2.1. - Cas des fluides parfaits

Les fluides parfaits ont donc la particularité de ne pas avoir de viscosité et de ne pas développer de la turbulence. Ils permettent d'établir l'équation de Bernoulli facilement.

2.1.1. - Equations d'Euler



En raisonnant, dans un premier temps, suivant la verticale (z), les forces qui agissent sur cet élément de volume dv = dS.dz, sont :

- *Les forces de volumes* :
  - les forces de pesanteur provenant de la gravité : $-\rho.g.dv$

- Les forces d'inertie : $\rho\dfrac{dw}{dt}dv=\rho\left(\dfrac{\partial w}{\partial t}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial x}{\partial t}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial t}+\dfrac{\partial w}{\partial z}\dfrac{\partial z}{\partial t}\right)dv$
  - les forces d'accélération pure : $\rho\dfrac{\partial w}{\partial t}dv$
  - les forces d'accélération convective : $\rho.\underline{\underline{grad}}(w).\underline{V}.dv$

- *Les forces de surfaces :*
  - les forces de pression : Surface inférieure : $\left(p-\dfrac{\partial p}{\partial z}\dfrac{dz}{2}\right)dx.dy$
    : Surface supérieure : $-\left(p+\dfrac{\partial p}{\partial z}\dfrac{dz}{2}\right)dx.dy$
  - les forces de frottement de viscosité : 0
  - les forces de frottement de turbulence : 0

En écrivant l'équilibre de l'ensemble des forces : $\sum F=\text{Forces d'inertie}$

$$-\rho.g.(dx.dy.dz)+\left(p-\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dx.dy-\left(p+\frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)dx.dy=\rho\frac{\partial w}{\partial t}dS.dz+\rho.\underline{\underline{grad}}(w).\underline{V}.dS.dz$$

$$-\rho.g-\frac{\partial p}{\partial z}=\rho\frac{\partial w}{\partial t}+\rho.\underline{\underline{grad}}(w).\underline{V}$$

En écrivant l'équation suivant les trois directions :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$-g-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}$$

soit : $$\frac{\partial \underline{V}}{\partial t}+\underline{\underline{grad}}(\underline{V}).\underline{V}+\frac{1}{\rho}\underline{\underline{grad}}(p+\rho.g.z)=0$$

Cette équation est appelée l'équation d'Euler.

Recherche d'une solution

Les caractéristiques du mouvement d'un fluide incompressible dépendent de quatre inconnues : V_x, V_y, V_z et de p.

- L'équation d'Euler fournit trois équations.
- L'équation de conservation de la masse fournit une équation : div($\underline{V}$) = 0
- Pour obtenir une solution, il faut également définir un nombre suffisant de conditions aux limites :
  - à la surface libre : p(x, y, z, t) = Cste = p_a.
  - à la paroi : $\underline{V}$ doit être parallèle à la paroi.

Utilisation des équations d'Euler pour le calcul des forces hydrauliques sur une surface

Le théorème d'Euler permet de calculer la réaction de l'eau sur un élément. En raisonnant, suivant un tube de courant en régime permanent, les forces qui agissent sur cet élément sont :

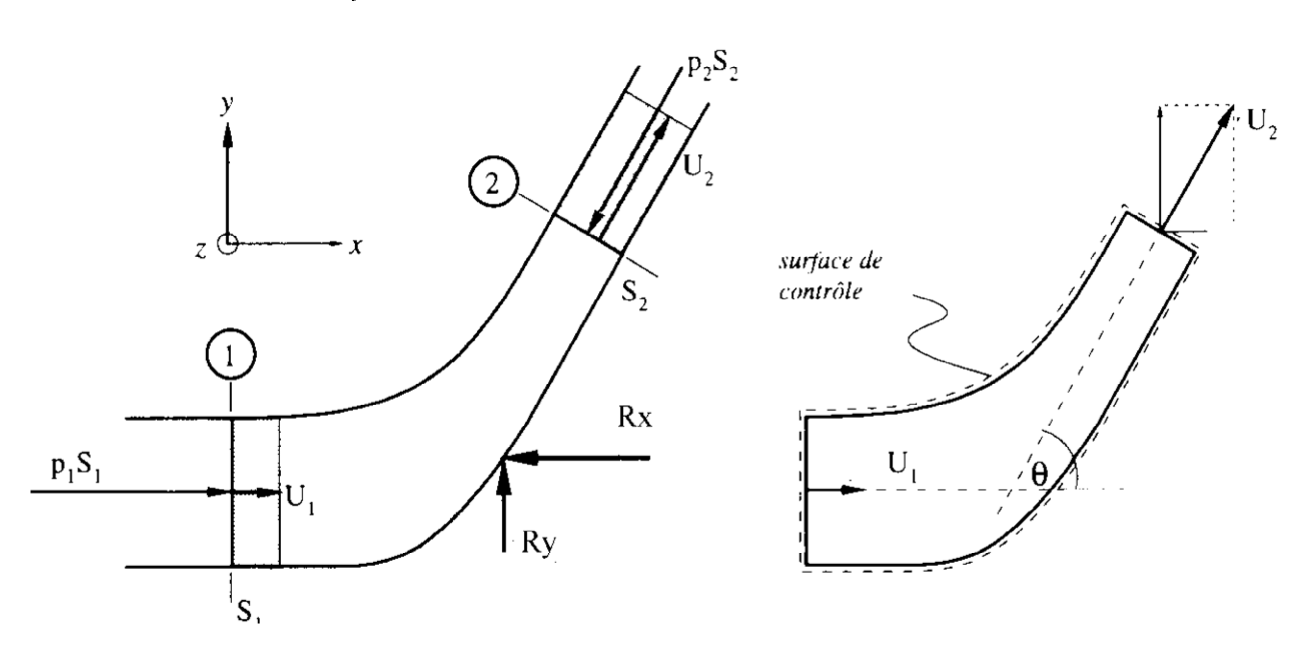
- Les forces de volumes :
  - les forces de pesanteur provenant de la gravité : $\rho.V_{vol}.\underline{g}$
  - les forces d'inertie :
    - les forces d'accélération pure : 0
    - les forces d'accélération convective :

$$\int_V \rho.\frac{\partial V}{\partial s}\underline{V}.dv = \int_S \rho.\underline{V}.(\underline{V}.\underline{n}_{ext}).ds = \sum_j \rho.\underline{V}_j.(\underline{V}_j.\underline{n}_{ext\,j}).S_j$$

- Les forces de surfaces :
  - les forces de pression sur les surfaces S_i : $\sum_i \underline{p}_i.S_i$
  - les forces de frottement de viscosité : 0
  - les forces de frottement de turbulence : 0
  - l'action du fluide sur l'élément : $\underline{R}$

En écrivant l'équilibre de l'ensemble des forces : $\sum \underline{F} = \text{Forces d'inertie}$

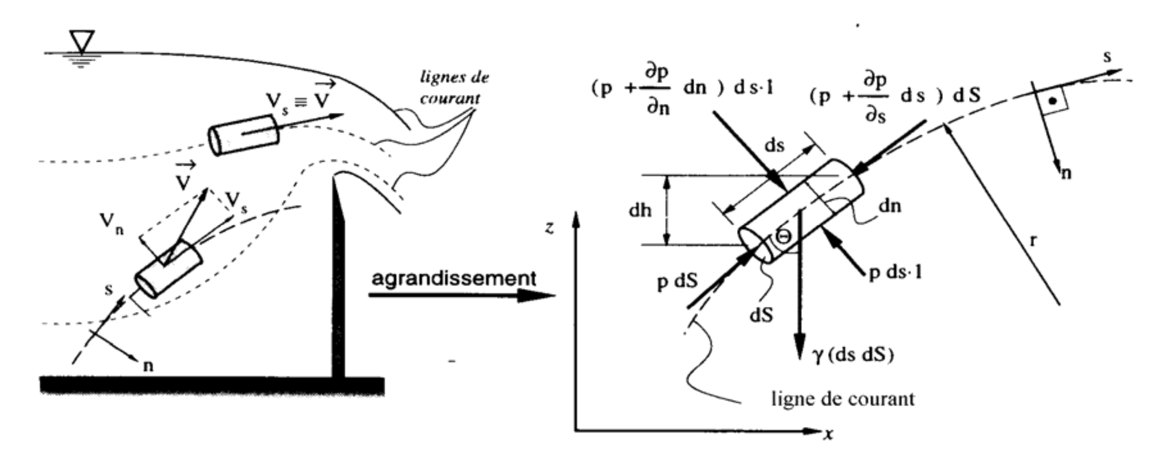
$$\rho.V_{vol}.\underline{g} + \sum_i \underline{p}_i.S_i - \underline{R} = \sum_j \rho.\underline{V}_j.(\underline{V}_j.\underline{n}_{ext\,j}).S_j$$



$$\rho.V_{vol}.\underline{g} - p_1.S_1.\underline{n}_{ext1} - p_2.S_2.\underline{n}_{ext2} - \underline{R} = -\rho.V_1.S_1.\underline{V}_1 + \rho.V_2.S_2.\underline{V}_2$$

2.1.2. - Equations de Bernoulli

Le système d'équations intrinsèques consiste à écrire les équations d'Euler en régime permanent ($\partial/\partial t = 0$) dans un repère particulier. Ce repère est constitué par les lignes de courant pour le vecteur $\underline{t}$ et par le vecteur $\underline{n}$ tel que $\underline{v} \perp \underline{n}$.



en appelant $\vec{s}$ le vecteur unitaire de la tangente à la trajectoire, on a :

$$\vec{V} = V\vec{s} \quad \text{et} \quad \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV}{dt}\vec{s} + V\frac{d\vec{s}}{dt}$$

avec : $\dfrac{d\vec{s}}{dt} = \dfrac{d\vec{s}}{ds}.\dfrac{ds}{dt} = \dfrac{\vec{n}}{R}V$

R : rayon de courbure et $\vec{n}$ le vecteur perpendiculaire à $\vec{s}$.

$$V\frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial s}(\rho.g.h + p) \qquad \text{suivant } \vec{s}$$

$$V.\frac{V}{R} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial n}(\rho.g.h + p) \qquad \text{suivant } \vec{n}$$

Avec, V : l'intensité de la vitesse d'une particule fluide.

- En restant sur la ligne de courant on peut intégrer la première équation et l'on obtient l'équation de Bernoulli :

$$\rho\frac{V^2}{2} + \rho.g.h + p = Cste$$

  L'équation de Bernoulli est valable en tout point du fluide incompressible en mouvement permanent.

- En se plaçant sur une ligne normale à la ligne de courant et un rayon de courbure infini (ligne droite), on obtient :

$$\rho.g.h + p = Cste$$

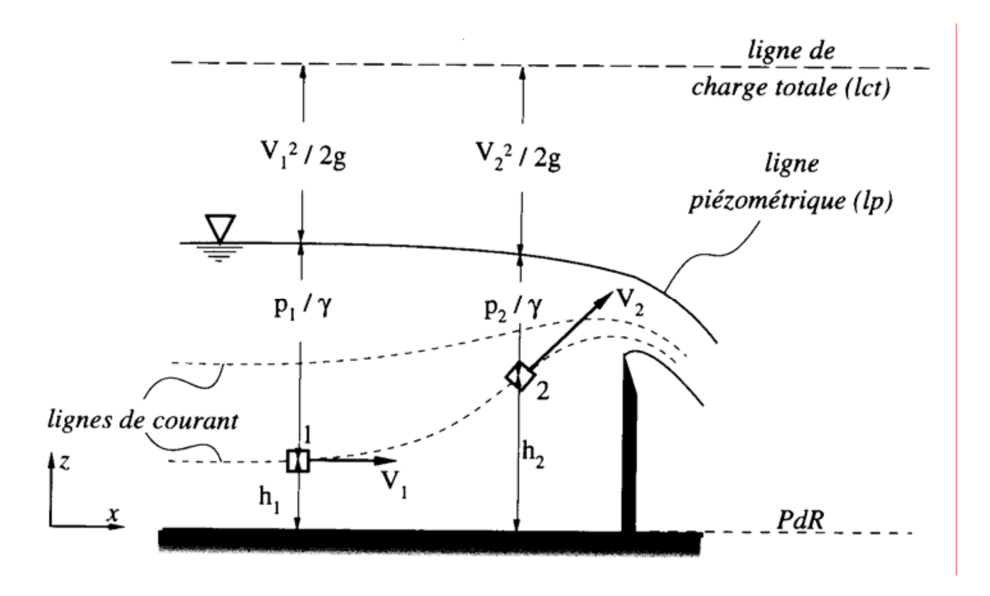
2.1.3. - Représentation graphique

Les différents termes de l'équation de Bernoulli peuvent être écrits en quantités homogènes à des hauteurs de liquide de poids volumique γ :

$$\frac{V^2}{2g} + h + \frac{p}{\gamma} = \frac{p_t}{\gamma} = Cste = \frac{W}{mg} = \frac{E}{g}$$

hauteur due à la vitesse — cote du point — hauteur due à la pression — charge totale

Hauteur piézométrique (cote du point + hauteur due à la pression)



En terme de pression :

$$\rho\frac{V^2}{2} + \rho.g.h + p = p_t = Cste = \frac{W}{V_{volume}}$$

Pression dynamique — pression statique — pression totale

2.1.4. - Interprétation énergétique

L'équation de Bernoulli peut donner lieu à une interprétation énergétique :

$$\rho\frac{V^2}{2} + p^* = p_t = Cste$$

Energie cinétique — Energie potentielle — Energie mécanique totale

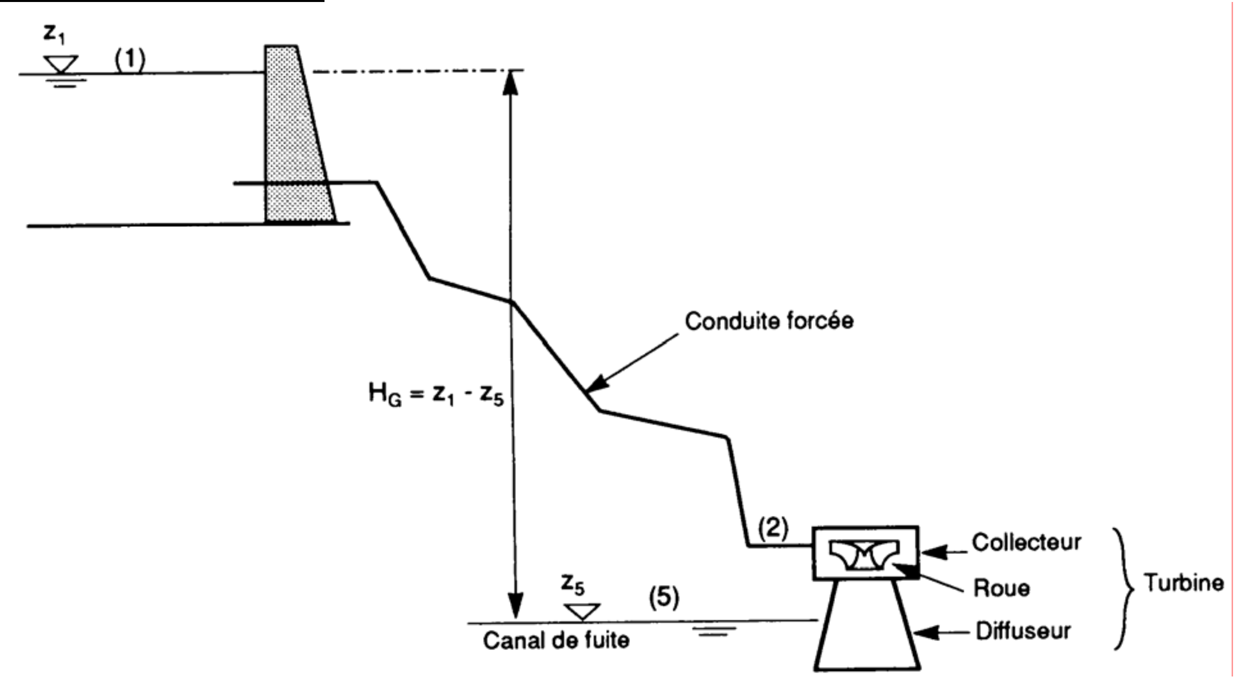
L'équation mécanique totale contenue dans un volume unitaire est donc le travail mécanique total que la particule est susceptible d'accomplir. Ainsi, on peut dire que l'équation de Bernoulli traduit la conservation de *l'énergie mécanique totale par unité de volume* au cours du mouvement permanent.
Dans un écoulement, l'énergie mécanique totale par unité de volume de fluide, peut être modifiée d'une section à l'autre en introduisant par exemple dans le circuit une machine hydraulique.
Ainsi l'expression de l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{V_1^2}{2g} + h_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + \frac{p_2}{\gamma} \pm \frac{E}{g}$$

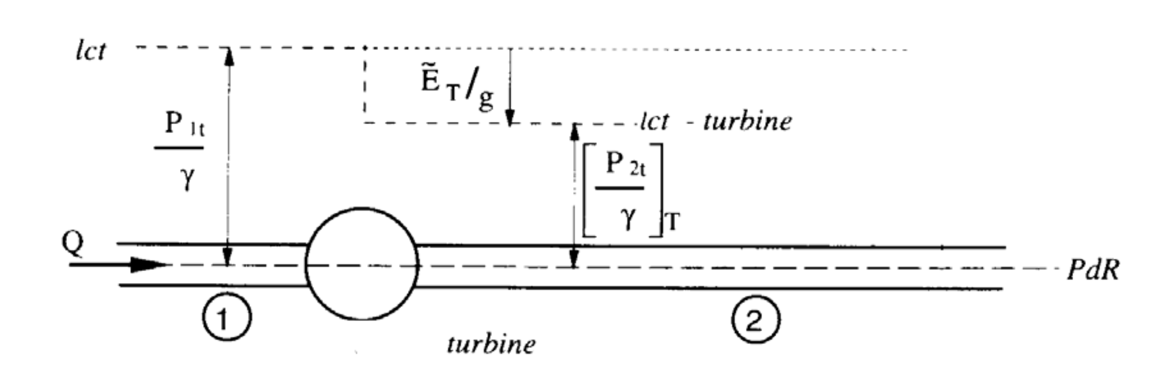
Si l'échange d'énergie se fait des parois de la machine vers le fluide nous avons affaire à une pompe, si au contraire, l'échange d'énergie se fait du fluide au parois de la machine, nous avons affaire à une turbine.
L'équation d'énergie est modifiée par le terme E, qui représente l'augmentation par une pompe ou la diminution par une turbine de l'énergie mécanique totale par unité de masse de liquide en mouvement.

2.1.4.1. - Turbine

Exemple d'installation :



La puissance est définie par : $\text{Puissance} = \frac{\text{Travail}}{\text{Temps}}$



Pour une turbine la puissance hydraulique est dissipée par :

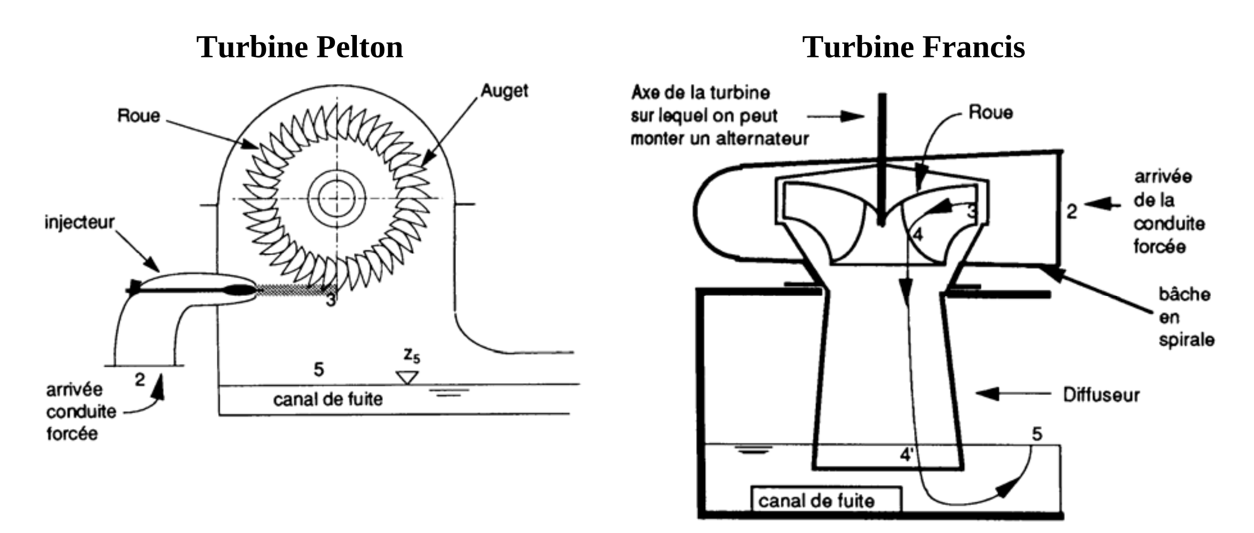
$$P_t = \frac{\text{Variation d'énergie}}{\text{Unité de temps}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta\left[Volume.\left(\frac{\rho V^2}{2} + p*\right)\right]}{\Delta t}$$

$$= \frac{[Volume.]}{\Delta t}\Delta\left(\frac{\rho V^2}{2} + p*\right) = \rho g.Q.\Delta H$$

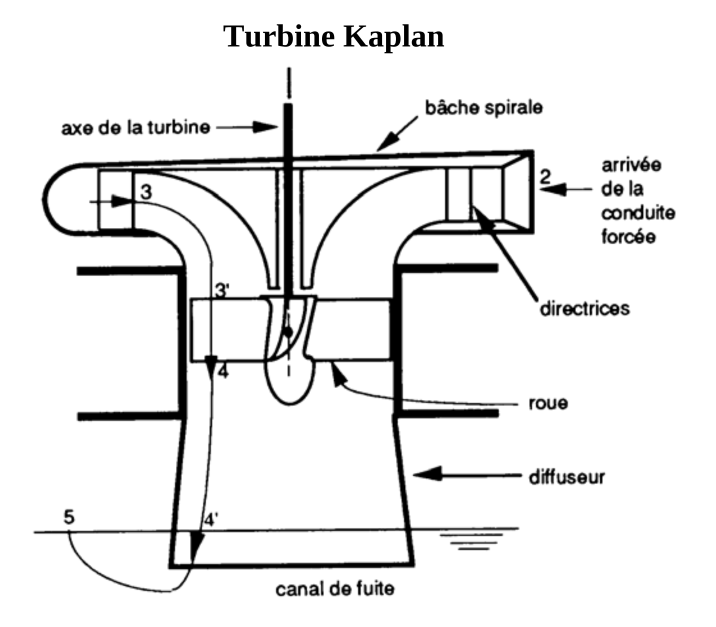
$$\mathrm{P_t} = \gamma.\mathrm{Q}.\left(\frac{\mathrm{E_t}}{\mathrm{g}}\right) = \gamma.\mathrm{Q}.(\Delta\mathrm{H})$$

Types de turbines :

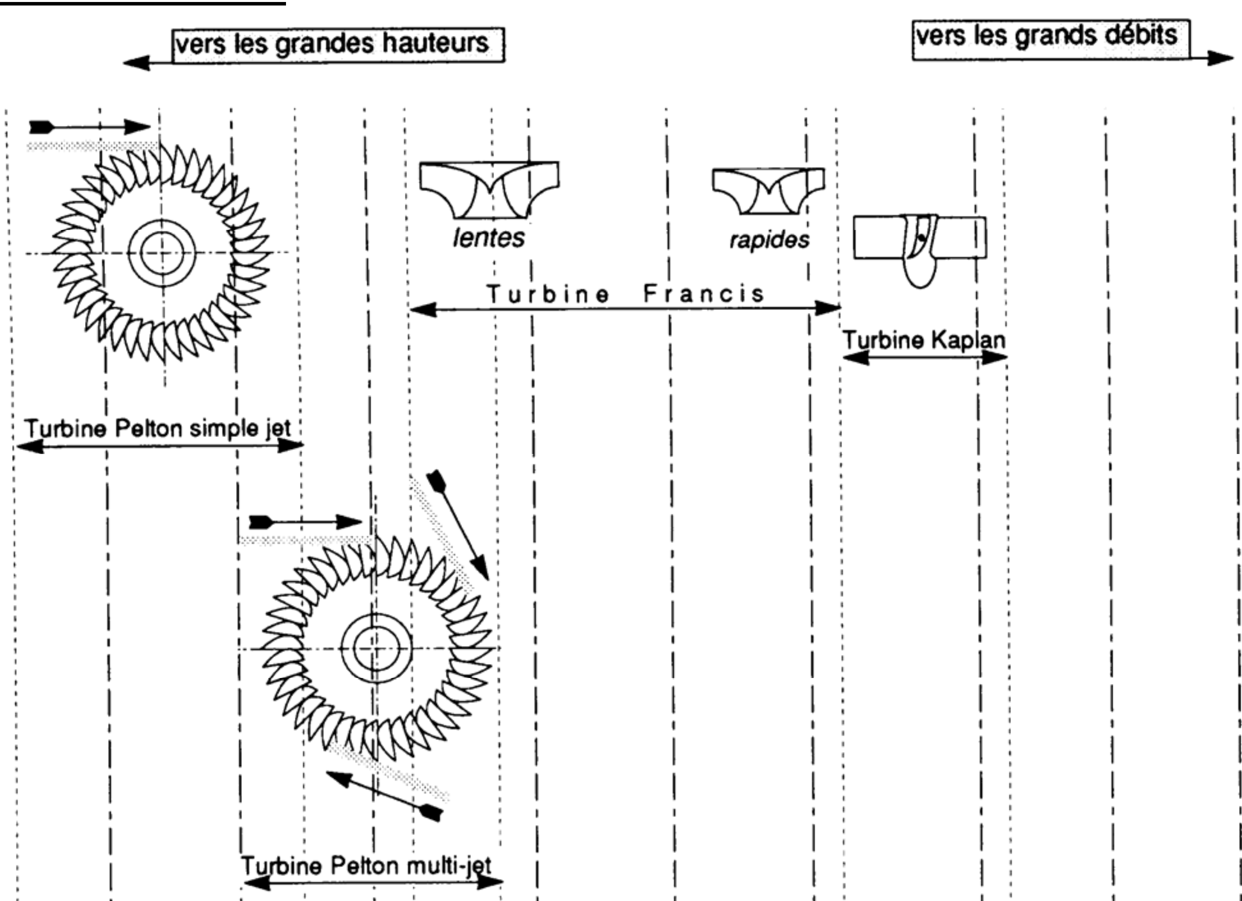
Turbine Pelton **Turbine Francis**



Turbine Kaplan

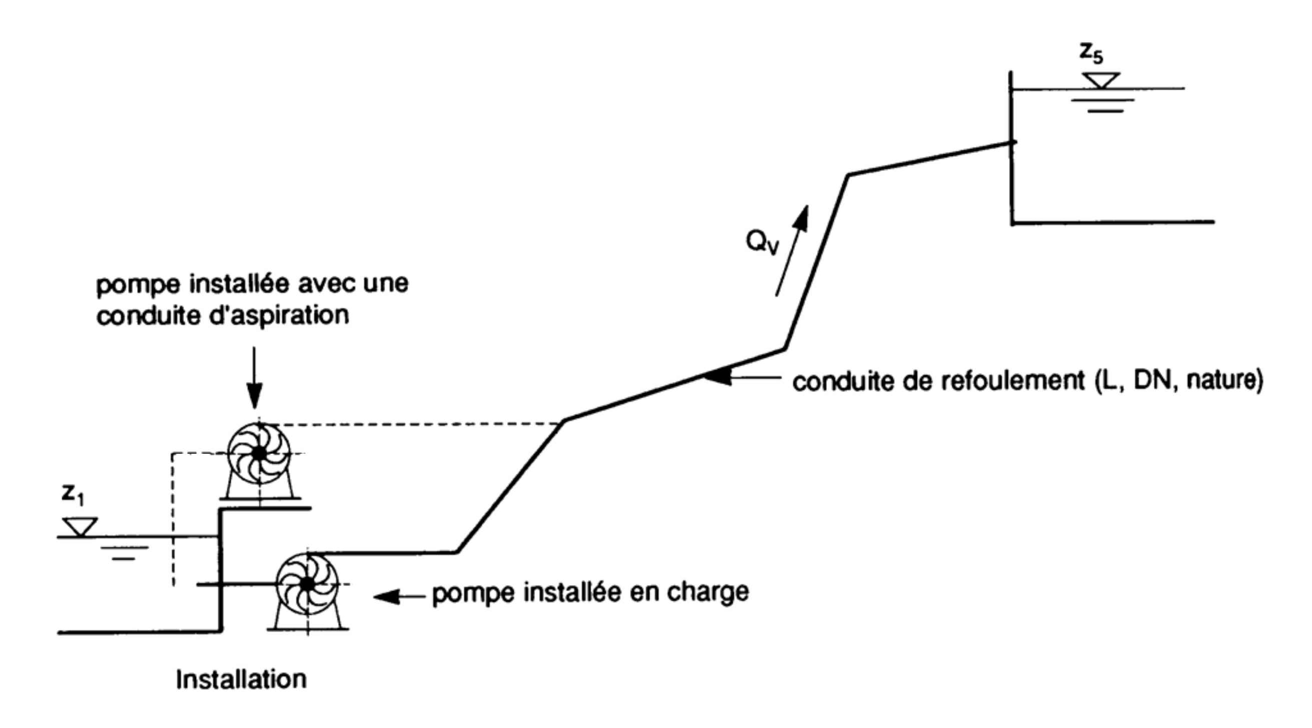


Choix d'une turbine :

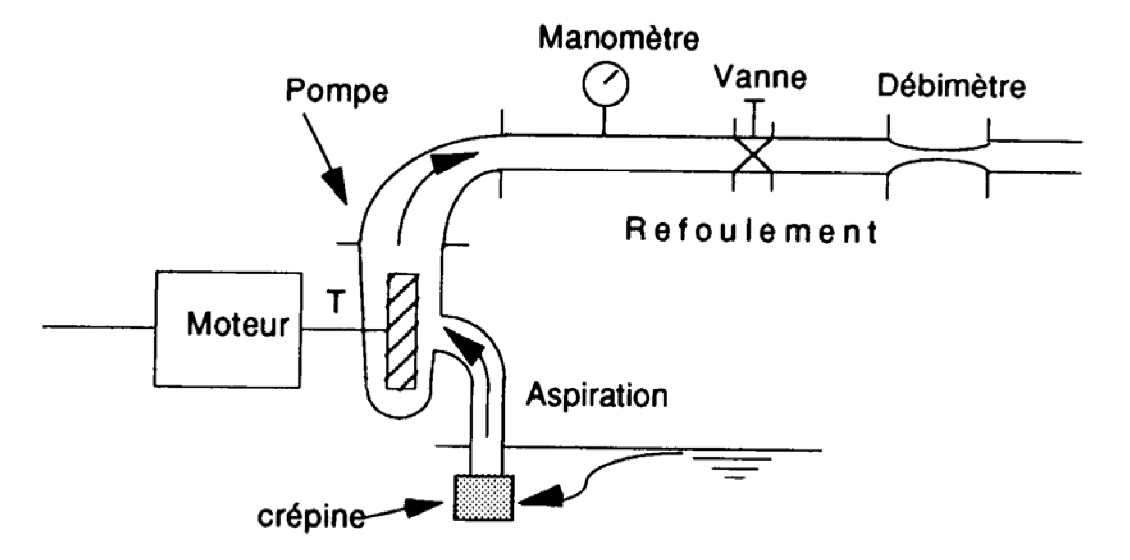


2.1.4.2. - Pompes

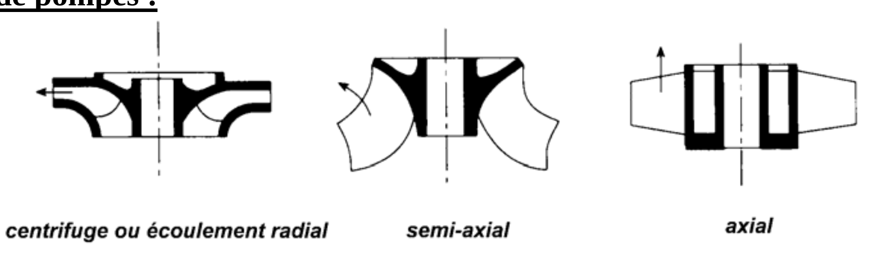
Exemple d'installation :



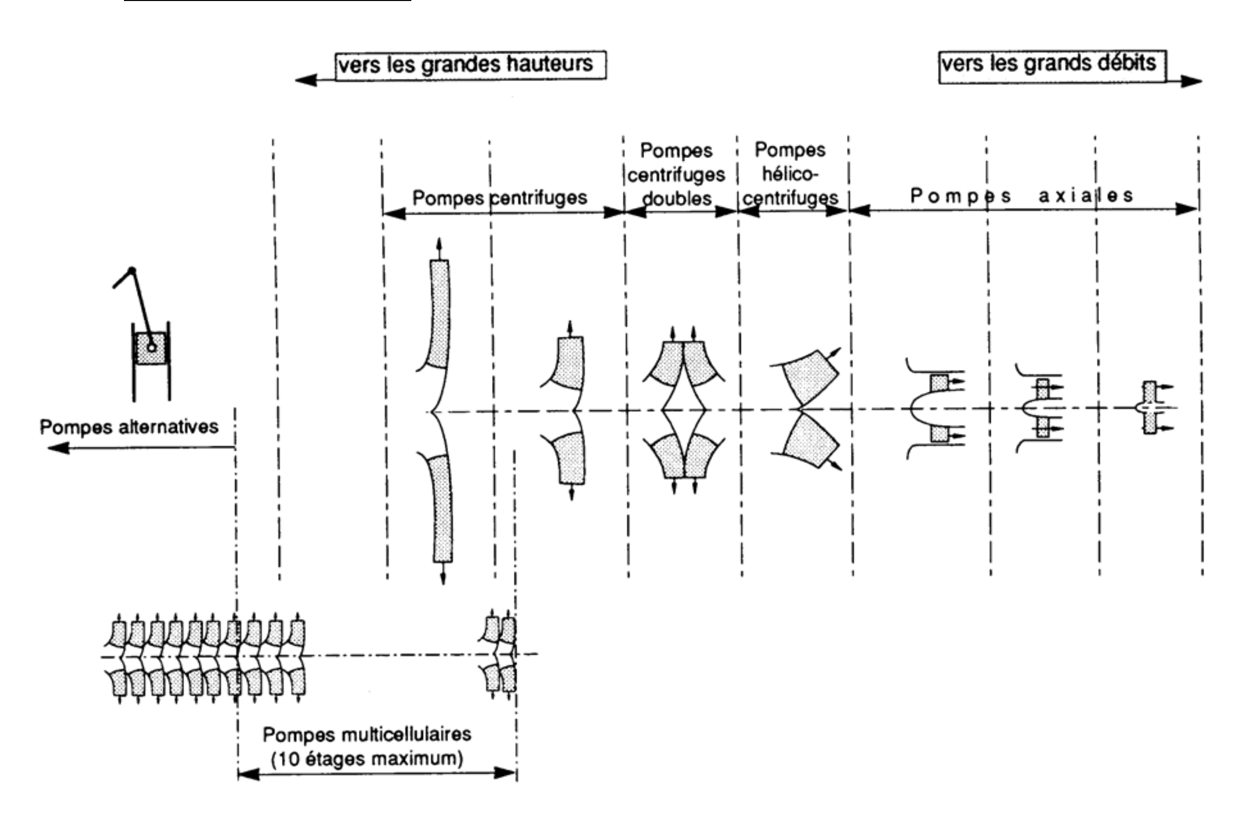
Principe de montage :



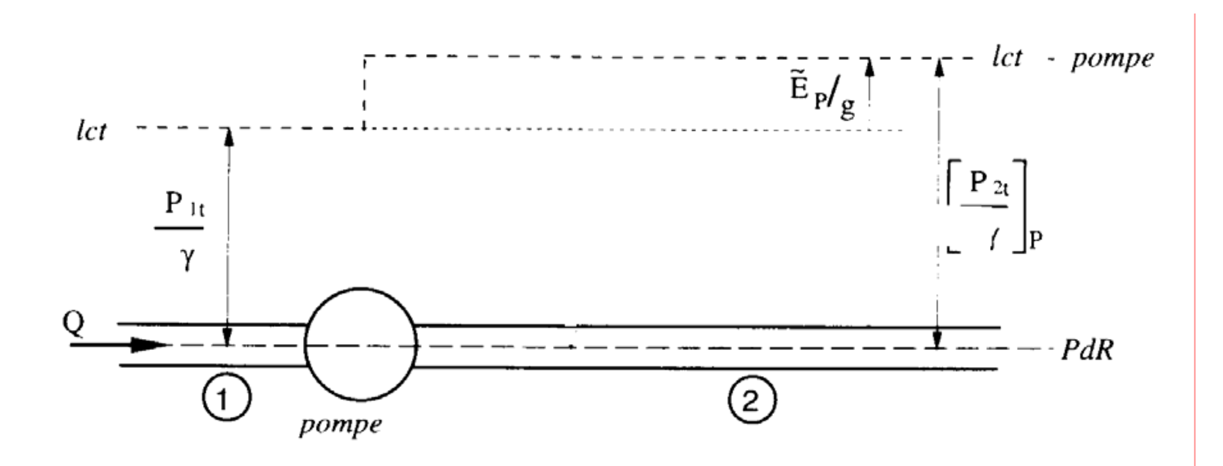
Types de pompes :



Choix d'une pompe :



La puissance est définie par : $\text{Puissance} = \frac{\text{Travail}}{\text{Temps}}$

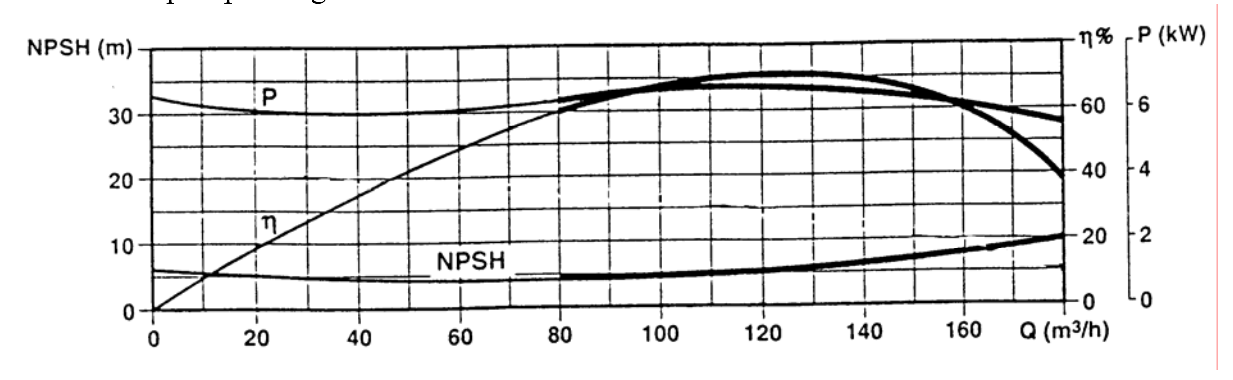


Pour une pompe la puissance hydraulique est fournie par : $P_p = \gamma.Q.\left(\frac{E_p}{g}\right) = \gamma.Q.(\Delta H)$

Exemple de courbe caractéristique pour une pompe multicellulaire à étage (de 1 à 12 étages) :

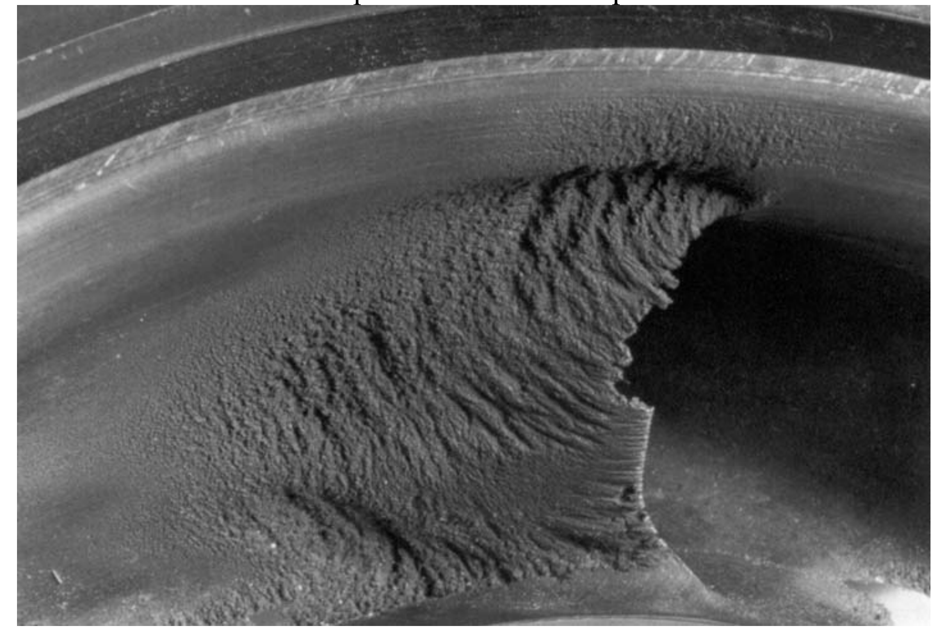
H= Charge totale en sortie – Charge totale en entrée

Caractéristiques par étage :



Définition du NPSH « Net Positive Suction Head » (charge nette à l'aspiration)

La pompe transmet une vitesse au fluide par l'intermédiaire de la roue ou de l'hélice. La vitesse du fluide qui entre dans la roue augmente et par conséquent la pression diminue à l'entrée engendrant une aspiration et le maintien de l'amorçage. La rotation à l'intérieur de la pompe augmente la vitesse du fluide tandis que la force centrifuge qui le comprime sur la périphérie augmente sa pression. Lorsqu'à la suite de survitesses locales des zones de sous-pression apparaissent sur les bords d'attaque des aubes des roues de pompes centrifuges, la pression descend en dessous de la pression de vapeur saturante du liquide, ce phénomène entraîne la formation de bulles de vapeur. L'eau utilisée dans les installations industrielles contient de l'air dissous dans une proportion atteignant 25mg par litre. Lorsque l'eau est soumise à une pression décroissante, on observe le dégagement de l'air dissous quand la pression atteint la pression de saturation et une vaporisation quand la pression atteint la pression de vapeur. Un phénomène de dégazage puis de vaporisation partielle du liquide vont apparaître à l'intérieur de la pompe. Les micro-bulles formées sont transportées par le fluide dans les zones de plus haute pression où elles implosent au contact des pièces mobiles. Un tel phénomène s'accompagne de variations énormes de pression (plusieurs milliers de bars) localisées sur de très petites surfaces. Il en résulte une érosion intense des surfaces métalliques et une chute de pression dans toute l'installation.



Le critère qui sert à éviter la cavitation dans une pompe est le NPSH.

NPSH= *Charge totale à l'entrée de la pompe – pression de vapeur saturante*

$$NPSH = \frac{V^2_{\text{entrée pompe}}}{2g} + \frac{P_{\text{entrée pompe}}}{\rho g} - h_{\text{vapeur saturante}}$$

(Le plan de référence est pris au niveau de l'entrée de la pompe)

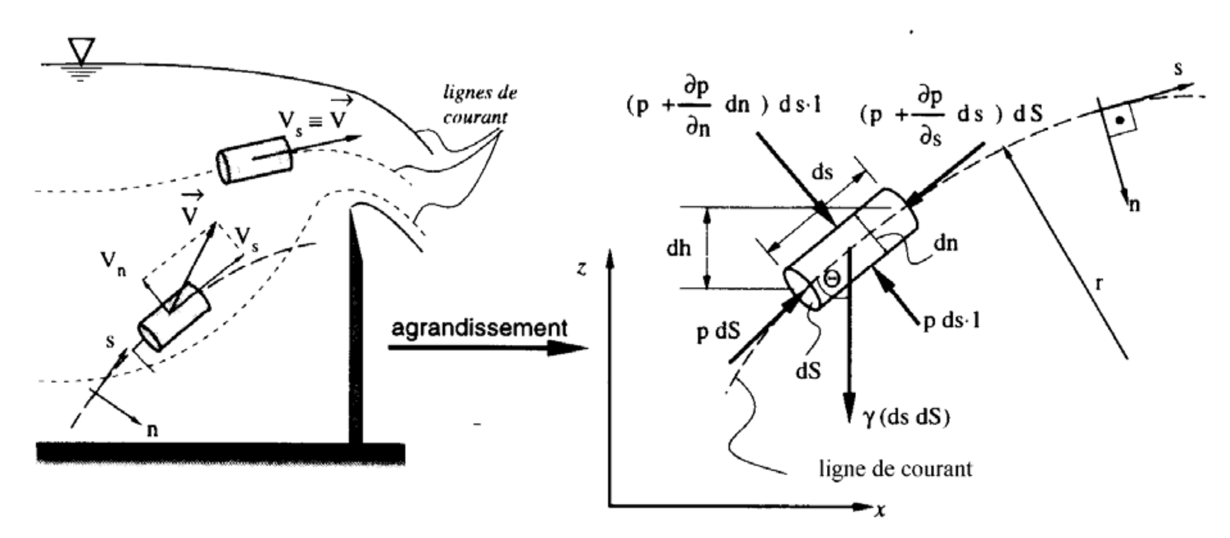
Cette caractéristique est fournie par l'installateur dans le cas ou l'on parle de NPSH disponible. Cette expression est indépendante de la pompe utilisée et ne dépend que de l'installation (Longueur et diamètre d'aspiration, pertes de charge le long de cette canalisation, hauteur géométrique d'aspiration).

On parle de NPSH requis pour la *charge nette à l'aspiration* fournie par le constructeur de la pompe. Cette relation est indépendante de l'installation de la pompe et ne dépend que de ce qui se passe dans la pompe.

Pour que l'installation puisse correctement fonctionner il faut : $NPSH_{disponible} > NPSH_{requis}$

2.2. - Ecriture de Bernoulli pour les fluides réels

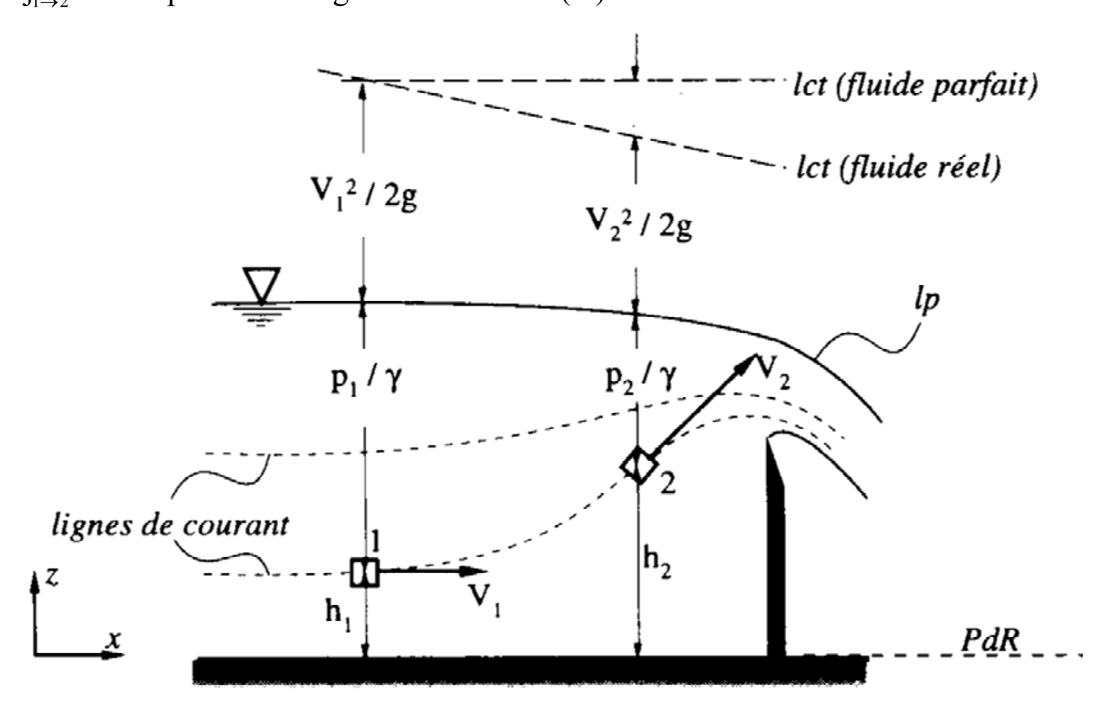
Nous avons vu que pour le cas d'un fluide réel et en régime permanent, d'autres forces interviennent, notamment les forces dues au frottement, qui font apparaître une dissipation de l'énergie mécanique en énergie thermique.



Le long d'une ligne de courant, l'énergie mécanique diminue du fait de l'augmentation de l'énergie thermique ; on appelle ce phénomène la perte de charge due aux frottements dans un liquide.
Après intégration entre deux points sur la même ligne de courant l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + h_2 + j_{1\rightarrow 2}$$

$j_{1\rightarrow 2}$: est la perte de charge entre 1 et 2 en (m).



Toute la difficulté consiste à déterminer cette perte de charge.

Une représentation graphique peut être visualisée par la figure suivante :

3. - EVALUATION DES PERTES DE CHARGE

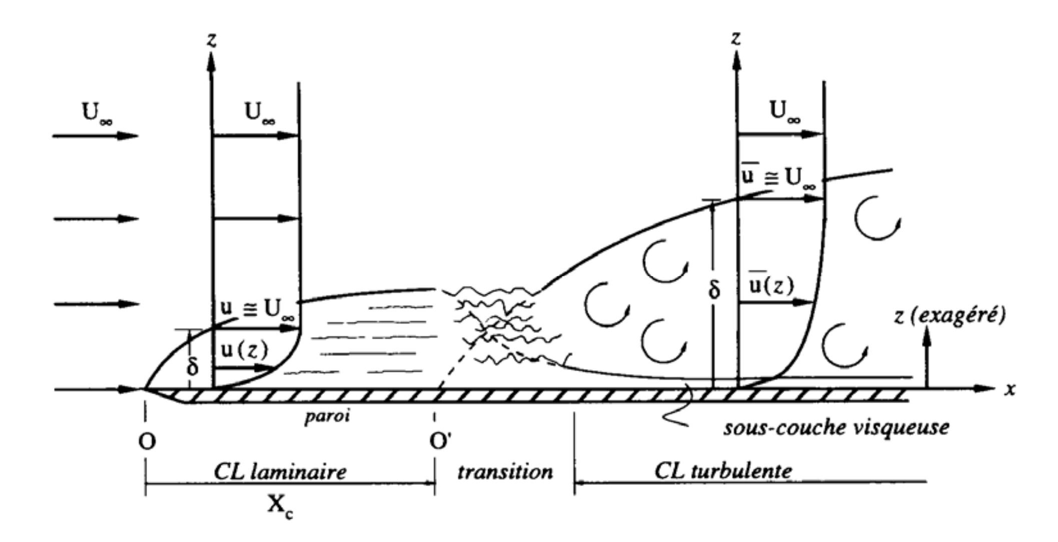
L'écoulement d'un fluide réel dans une conduite représente une des applications classiques de l'hydrodynamique théorique et expérimentale. La maîtrise de ces écoulements pour le calcul du fonctionnement des réseaux d'eau potable est indispensable. On distingue deux types de perte de charge :

- la perte de charge linéaire représentant l'énergie perdue entre les deux points,
- la perte de charge singulière qui intervient lorsque l'écoulement uniforme est localement perturbé.

3.1. - Les pertes de charge linéaire

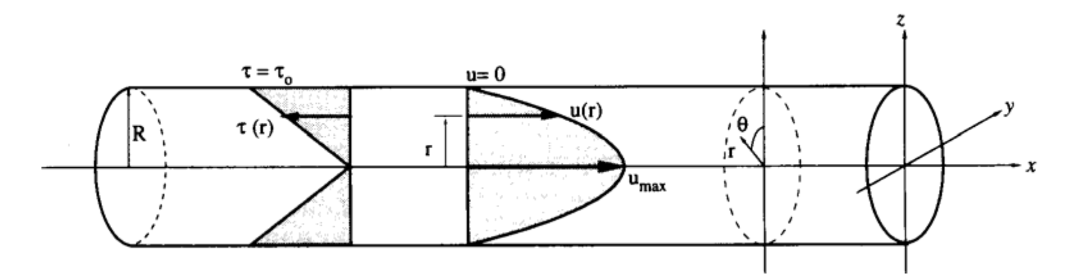
3.1.1. - Profil des vitesses dans une section circulaire en charge

Dans le cas d'un écoulement permanent $\partial/\partial t = 0$, le profil des vitesses dans une section est dépendant de l'intensité de la vitesse et de la géométrie de l'ouvrage. En effet, nous avons vu que la turbulence apparaît quand la vitesse dépasse un seuil (expérience de Reynolds). Ceci peut être représenté par la figure suivante :

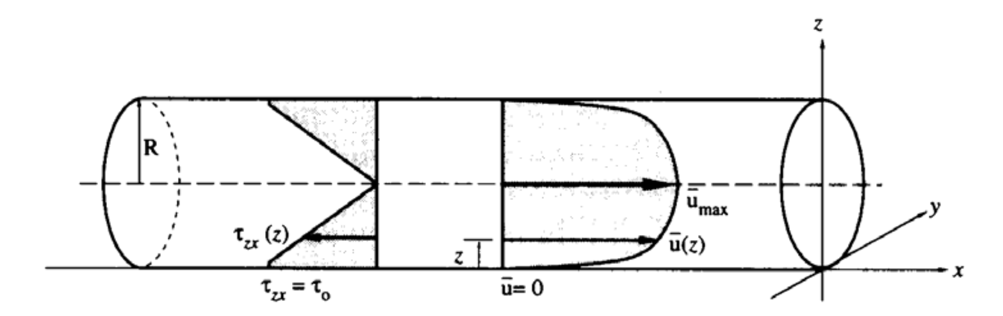


Dans la zone laminaire seules les forces de frottement interviennent. Dans la zone turbulente les forces de turbulence deviennent prépondérantes et une sous-couche visqueuse très mince apparaît.

Dans le cas des conduites en charge où l'écoulement est laminaire, seules les forces de viscosité interviennent ; le profil des vitesses est parabolique et est donné par la figure suivante :



Dans le cas où l'écoulement est turbulent, le profil des vitesses tend à être uniformisé et est du type logarithmique.



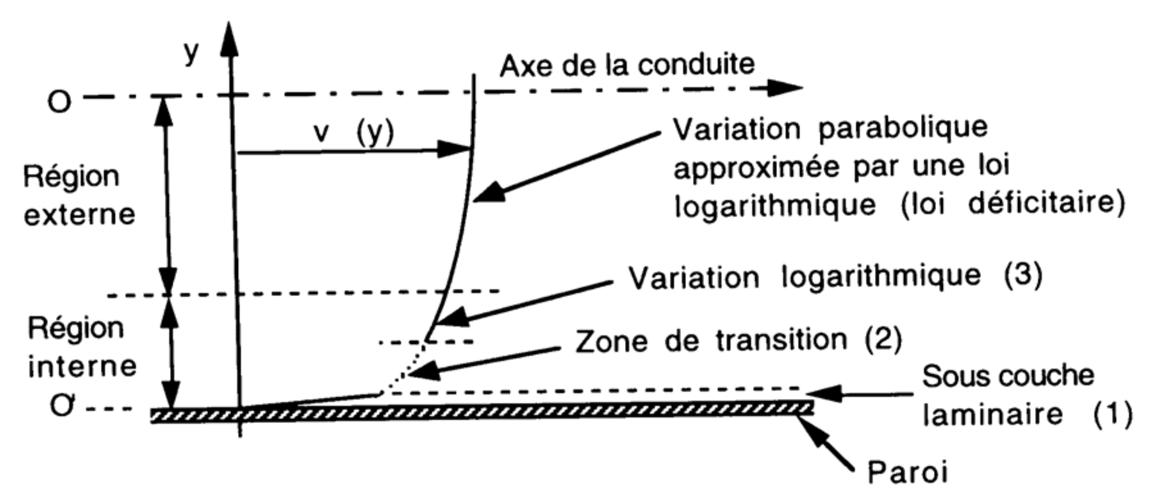
On constate une zone centrale de pleine turbulence où le gradient de vitesse est très faible et le profil est aplati en son centre. La zone de la couche limite est de très faible épaisseur et proche de la paroi. Le gradient de vitesse est très important et les forces de viscosité sont donc très importantes dans cette couche. Une approche mathématique exacte n'est

pas possible dans ce type d'écoulement complexe. Les relations qui seront construite sont toutes d'origines empiriques.

Deux types d'écoulements turbulents dans les conduites réelles (présentant des aspérités) existent :

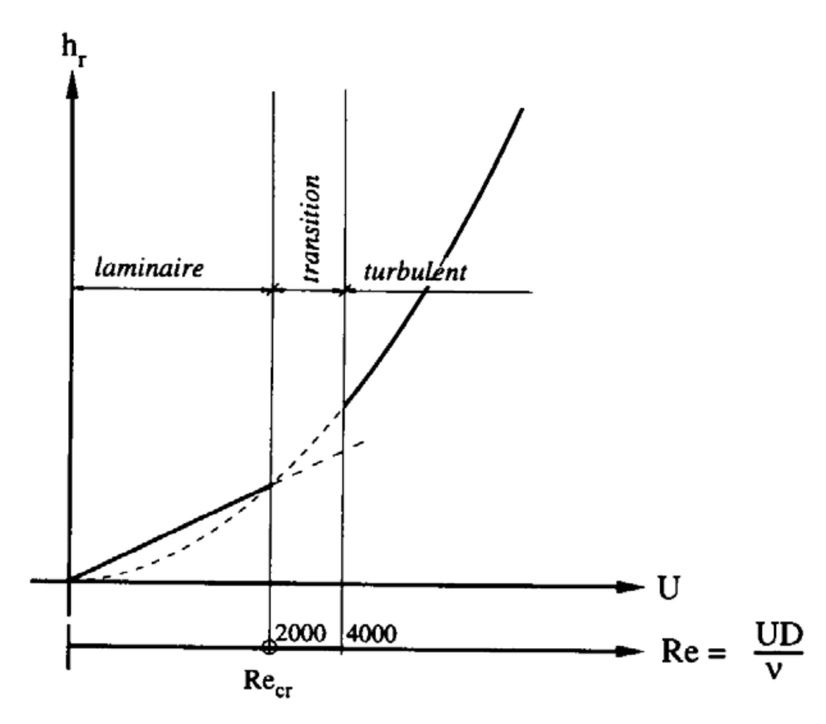
- conduite hydraulique lisse : l'écoulement est séparé de la paroi par un film laminaire,
- conduite hydraulique rugueuse : la sous-couche laminaire disparaît et la turbulence arrive jusqu'à la paroi.

Décrivons le profil de l'écoulement le long d'un diamètre de conduite hydraulique lisse. On distingue habituellement deux régions : une région centrale dite externe qui correspond à plus de 90% de l'écoulement et une région voisine de la paroi dite interne.



Dans la région centrale, très aplatie, la vitesse est indépendante des aspérités de la paroi et dépend peu de la viscosité. L'écoulement est formé de tourbillons importants, allongés, contenant des tourbillons plus petits. L'intensité de la turbulence est à peu très constante dans ce domaine.
Dans la zone interne, voisine de la paroi, la vitesse passe d'une valeur élevé à zéro sur une distance relativement faible. Le fort gradient de vitesse qui en résulte impose au fluide des contraintes de cisaillement élevées et donc d'intenses frottements visqueux. On comprend donc que la dissipation d'énergie qui entraîne une partie de la perte de charge ait lieu principalement dans cette zone. En revanche, l'intensité élevée de la turbulence se traduit par un accroissement important des transferts de quantité de mouvement entre particules de fluide, dans toutes les directions. Ces particules étant porteuses de chaleur, il en résulte des propriétés utilisables pour les transferts thermiques.

La turbulence est mesurée par le nombre de Reynolds. Dans le cas des conduites circulaires le domaine laminaire et turbulent est différencié par une valeur de Reynolds de :



La variation du débit ou de la vitesse dans un tuyau de diamètre constant provoque une perte de charge h_r. Cette dernière varie en fonction de la vitesse à peu près linéairement quand l'écoulement reste laminaire et quadratiquement quand l'écoulement est turbulent. Entre les deux types d'écoulement il y a une zone de transition, c'est-à-dire une zone d'incertitude où il faut faire preuve de beaucoup de réserve.

3.1.2. - Expression de la perte de charge linéaire

Compte tenu des difficultés pour résoudre l'équation de Navier-Stokes, la perte de charge sera traduite par une équation empirique du type :

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D}\frac{U^2}{2g} \ ; \ J = \frac{\Delta H}{L} = \lambda \frac{U^2}{2gD}$$

λ est un coefficient de perte de charge. Il est sans dimension et est fonction du nombre de Reynolds et de la rugosité de la paroi. (Parfois appelé f)
L est la longueur de la conduite
D le diamètre
U la vitesse moyenne
J la perte de charge part unité de longueur

3.1.2.1. - En régime laminaire Re < 2000

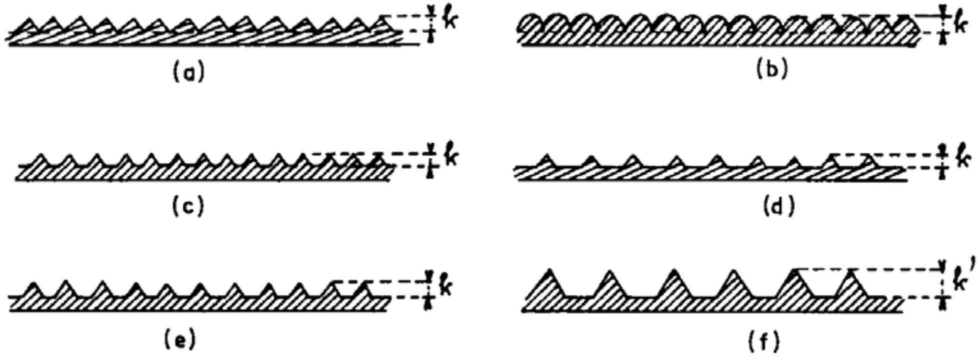
En régime laminaire, seules les forces de viscosité interviennent. La vitesse est très faible et l'état de surface de la paroi n'intervient pas dans le calcul du coefficientλ.

On détermine ainsi : $\lambda = \frac{64}{Re}$

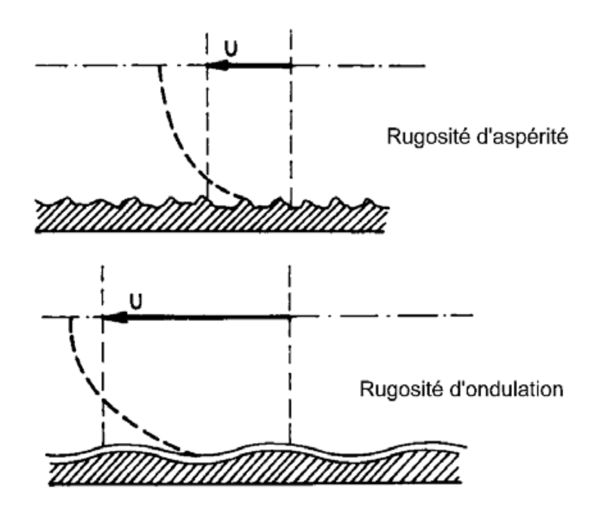
Pour une conduite circulaire, on a : $J = \frac{32}{g}\frac{\nu U}{D^2}$

3.1.2.2. - En régime turbulent Re > 4000

Une surface rugueuse implique un état de surface telles que ses irrégularités ont une action directe sur les forces de frottement, c'est-à-dire qu'au delà d'un certain degré de rugosité la configuration géométrique de la surface exerce une influence bien déterminée sur l'écoulement. Dans le cas des écoulements en charge appliqués au domaine de l'ingénieur, la rugosité va jouer un rôle très important.
Une surface rugueuse peut être considérée comme étant constituée par une série de protubérances élémentaires. Elles sont caractérisées par une certaine hauteur k (désignée parfois par ε)



Cette rugosité peut être mesurée par rapport au diamètre de la conduite. On parle alors de rugosité relative : $\frac{k}{D} = \frac{\varepsilon}{D}$
Si la rugosité est ondulée le film laminaire pourra, dans une certaine mesure, se modeler sur les ondulations. Si au contraire elle présente des arêtes vives, le film sera aisément écorché puis déchiré par les aspérités, l'influence de la viscosité dans la couche limite sera diminuée et la turbulence fortement augmentée. Ceci se traduit par une vitesse moyenne réduite.



Les surfaces auxquelles on a affaire dans la pratique (béton, acier, fonte) ne présentent pas des caractéristiques de rugosité uniforme. En effet, les protubérances de la surface sont inégales et irrégulièrement distribuées. Elles proviennent du rivetage, des recouvrements, des joints, des défauts sur la paroi, de corrosion, d'incrustations...
On définit ainsi deux types de rugosité : lisse et rugueuse. La différence entre les deux dépend du nombre de Reynolds.

Les tableaux suivants donnent quelques indications sur la valeur de ε.

Caractéristiques	Rugosité ε en mm		
	Inférieur	Supérieur	Normale
Surface de la conduite assez lisse :			
— 3 rangs longitudinaux de rivets			
– 3 rangs transversaux	1,8	2,1	2,0
– 2 rangs transversaux	1,5	1,8	1,6
– 1 rang transversal	1,1	1,5	1,3
— 2 rangs longitudinaux de rivets			
– 3 rangs transversaux	1,2	1,5	1,3
– 2 rangs transversaux	0,9	1,2	1,1
– 1 rang transversal	0,6	0,9	1,2
— 1 rang longitudinal de rivets			
– 3 rangs transversaux	0,8	1,1	1,0
– 2 rangs transversaux	0,5	0,8	0,6
– 1 rang transversal	0,3	0,5	0,4
6 - Conduites en bois.			
Végétation excessive sur les parois. Douves rugueuses avec joints saillants	0,3	3,5	3,2
En service, en bon état	0,12	0,3	0,2
Neuve, excellente construction	0,03	0,12	0,07
7 - Tuyaux en amiante ciment.		0,025	0,015
8 - Tuyaux en fer.			
Fer forgé rouillé.	0,15	3,00	0,6
Fer galvanisé, fonte revêtue.	0,06	0,3	0,15
Fonte, non revêtue, neuve.	0,25	1,0	0,5
Fonte avec corrosion.	1,0	3,0	1,5
Fonte avec dépôt.	1	4,0	2,0
9 - Tuyaux en grès.			
Avec des joints très bien alignés.	0,06		
Tuyaux de 1, 0 m : D < 600 mm	—	0,3	0,15
D > 600 mm	—	0,6	0,3
de 0, 6 m : D < 300 mm	—	0,3	0,15
D > 300 mm	—	0,6	0,3
10 - Tuyaux d'égout en service, quand les matériaux neufs ont des rugosités inférieures à celles qui sont indiquées pour les tuyaux en service :			
Avec couche de boue inférieure à 5 mm.	0,6	3,0	1,5
Avec incrustations boueuses ou graisseuses inférieures à 25 mm.	6,0	30	15
Avec matériau solide sableux sur le seuil, déposé d'une manière irrégulière.	60,0	300	150
11 - Matériaux lisses.			
Laiton, cuivre, plomb	0,04	0,010	0,007
Aluminium.	0,0015	0,005	0,004
12 - Matériaux ultralisses.			
Verre	0,001	0,002	—
Polyuréthane + époxy, appliqué au pistolet sans air et à la température ambiante, de 0,1 à 0,2 mm d'épaisseur ; (sans joints).	0,002	0,004	—
Vinyle (acétochlorure de polyvinyle ou polychlorure de vinyle (idem)).	0,003	0,004	
Araldite (époxy). Idem.	0,0025	0,003	—

1 - Galeries.			
Roche non revêtue sur tout le périmètre.	100	1000	—
Roche revêtue seulement sur le seuil.	10	100	—
2 - Conduites en béton.			
Très rugueuse : bois de coffrage : béton maigre avec des dégâts d'érosion ; joints imparfaitement alignés.	0,6	3,0	1,5
Rugueux : attaquée par les matériaux anguleux entraînés ; empreintes de coffrage visibles.	0,4	0,6	0,5
Granuleuse : surface lissée à la taloche en bon état, joints bien exécutés.	0,18	0,4	0,3
Centrifugée : (en tuyaux).	0,15	0,5	0,3
Lisse : coffrages métalliques neufs ou presque neufs ; finissage moyen avec des joints bien soignés.	0,06	0,18	0,1
Très lisse : neuve, parfaitement lisse, coffrages métalliques ; finissage parfait, par des ouvriers qualifiés et joints bien soignés.	0,015	0,06	0,03
3 - Conduites en acier : bout soudés, intérieur continu.			
Incrustations ou tuberculisations considérables.	2,4	12,2	7,0
Tuberculisation générale, 1 à 3 mm.	0,9	2,4	1,5
Peinture à la brosse avec de l'asphalte, émail ou bitume, en couche épaisse.	0,3	0,9	0,6
Rouille légère.	0,15	0,30	0,2
Conduite plongée dans l'asphalte chaud.	0,06	0,15	0,1
Revêtement en béton centrifugé.	0,05	0,15	0,1
Revêtement en émail centrifugé.	0,01	0,3	0,06
Bitume naturel (gelsonite) appliqué au pistolet, à froid de 0,4 mm d'épaisseur.	—	—	0,042
Email bitumineux (goudron de houille), appliqué à la brosse de 2 à 2,5 mm d'épaisseur.	—	—	0,040
Idem, appliqué à la truelle.	—	—	0,030
Idem, à chaud lissé à la flamme.	—	—	0,012
4 - Conduites en acier : (éléments rivés l'un à l'autre). *(Joints écartés de 5 à 10 mètres, soudure longitudinale)*			
Incrustations ou tuberculisations considérables	3,7	12,2	8,0
Tuberculisation générale, 1 à 3 mm	1,4	3,7	2,5
Rouillée	0,6	1,4	1,0
Peinture à la brosse avec de l'asphalte ou bitume, en couche épaisse	0,9	1,8	1,5
Conduite plongée dans l'asphalte chaud ou peinte à la brosse avec du graphite	0,3	0,9	0,6
Conduite neuve, avec de l'émail centrifugé	0,15	0,6	0,4
5 - Conduites en acier : éléments rivés transversalement et longitudinalement. *(Joints transversaux écartés de 1,8 à 2,4 m)*			
Incrustations ou tuberculisations considérables	6,0	12,2	9,0
Tuberculisation générale, 1 à 3 mm : – 3 rangs de rivets dans les joints transversaux	4,6	6,0	5,0
– 2 rangs de rivets dans les joints transversaux	3,0	4,6	3,5
– 1 rang de rivets dans les joints transversaux	2,1	3,0	2,5

Le calcul de la perte de charge linéaire va donc prendre en compte le nombre de Reynolds et la rugosité de la conduite. Le choix se fait en fonction de la turbulence c'est-à-dire de la valeur du nombre de Reynolds.

Régime turbulent en tuyau lisse :

$4000 < \text{Re}$ et $\frac{\varepsilon.\text{Re}.\sqrt{\lambda}}{D} \leq 12$: Dans cette zone, la turbulence est encore modérée. L'épaisseur de la sous-couche limite est suffisante pour englober toutes les aspérités de la conduite qui se comporte dès lors comme un tuyau lisse.

Deux expressions empiriques sont souvent utilisées:
Formule de Blasius : $\lambda = (100\,\text{Re})^{-0.25}$

Formule implicite de Von Karman : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.\log_{10}\left(\frac{\text{Re}\sqrt{\lambda}}{2.51}\right)$

Régime turbulent en tuyau rugueux :

$\frac{\varepsilon.\text{Re}.\sqrt{\lambda}}{D} \geq 200$: La turbulence devient très importante et λ ne dépend plus que de $\frac{k}{D} = \frac{\varepsilon}{D}$

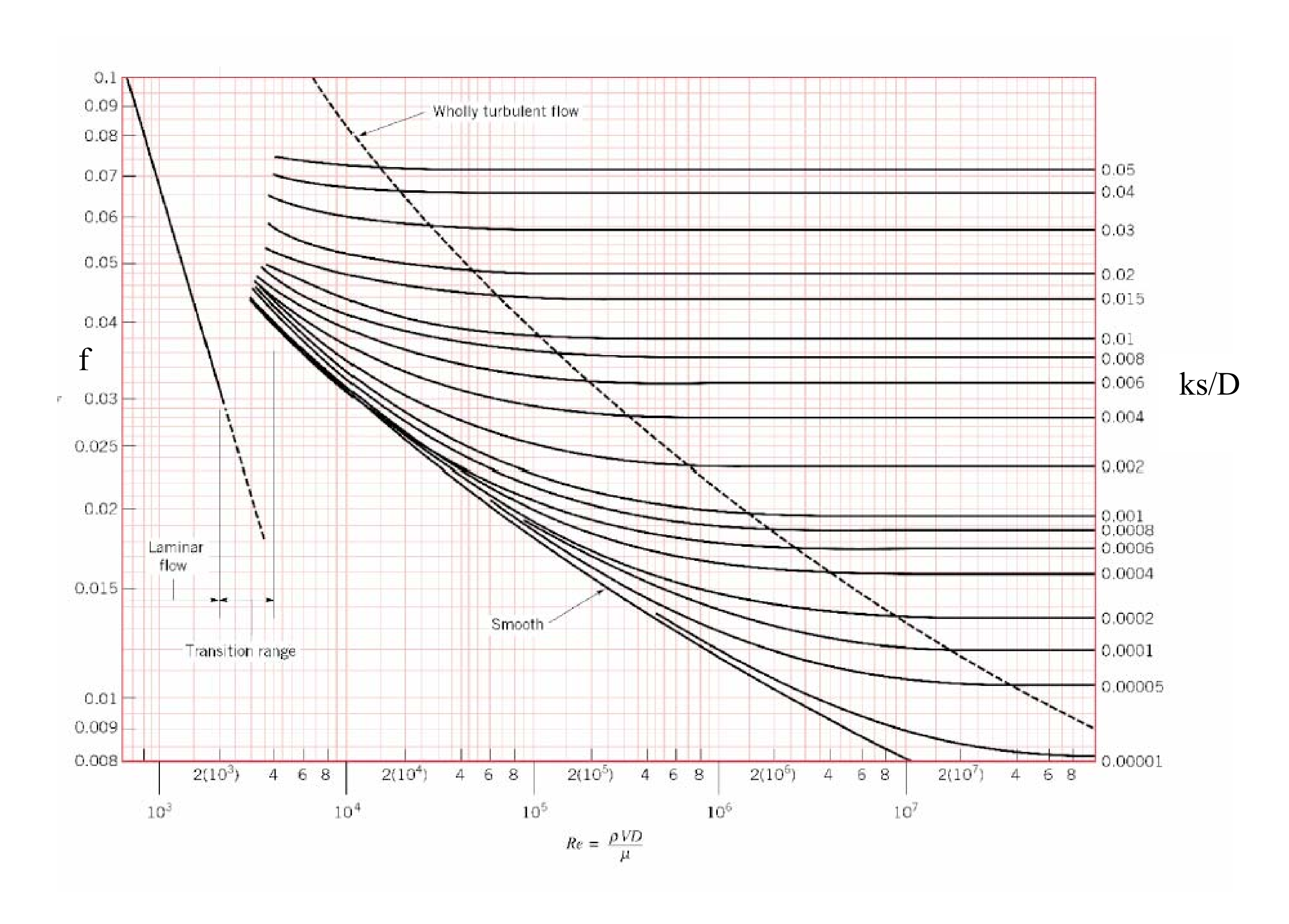
Formule de Nikuradse : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.\log_{10}\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71D}\right)$

Régime turbulent en tuyau lisse, rugueux et en zone de transition :

Tous les résultats de ces travaux sont résumés dans la formule de Colebrook qui s'est fortement inspiré des résultats de Von Karman et de Nikuradse.

Formule de Colebrook : $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.\log_{10}\left(\frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.7D}\right)$ pour $10^8 > \text{Re} > 4000$

Cette relation implicite est difficile à exploiter analytiquement et est le plus souvent représentée sur un graphique.


Wholly turbulent flow
Laminar flow
Transition range
Smooth
f
ks/D
0.1
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.009
0.008
0.05
0.04
0.03
0.02
0.015
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0001
0.00005
0.00001
2(10³) 4 6 8 2(10⁴) 4 6 8 2(10⁵) 4 6 8 2(10⁶) 4 6 8 2(10⁷) 4 6 8
10³ 10⁴ 10⁵ 10⁶ 10⁷
Re = ρVD / μ

On pourra utiliser les tables de Lechapt et Calmon en 1965 en remplaçant la formule de Colebrook par une formule approchée de la forme : $J = L.Q^{M}.D^{-N}$ où L, M et N sont des constantes pour une rugosité donnée. Pour des valeurs de vitesse comprises en 0.4m/s et 2m/s cette formule conduit à des écarts relatifs inférieurs à 3% par rapport à la formule de Colebrook.

La formule d'Hazen et Williams est également souvent utilisée :

$$J = 10.69 \frac{Q^{1.85}}{C_{HW}{}^{1.85}.D^{4.87}}$$; Coefficient de Hazen et Williams fonction de k.

3.2. - Les pertes de charge singulière

La perte de charge singulière, localisée dans une section de la conduite, est provoquée par un changement de direction et d'intensité de la vitesse (voir premier chapitre). L'écoulement uniforme est perturbé et devient localement un écoulement non uniforme. La turbulence joue un rôle considérable, alors que les forces de viscosité sont négligeables. La perte de charge n'a donc lieu qu'en régime turbulent.
Une telle non-uniformité de la vitesse peut être provoquée par :
- un branchement de section de la conduite,
- un changement de direction (coude),
- un branchement ou raccordement,
- un dispositif de mesure et contrôle de débit...

Comme pour les pertes de charge linéaire, les pertes de charges singulières se traduisent par la relation :

$$\Delta H = K \frac{V^2}{2g}$$

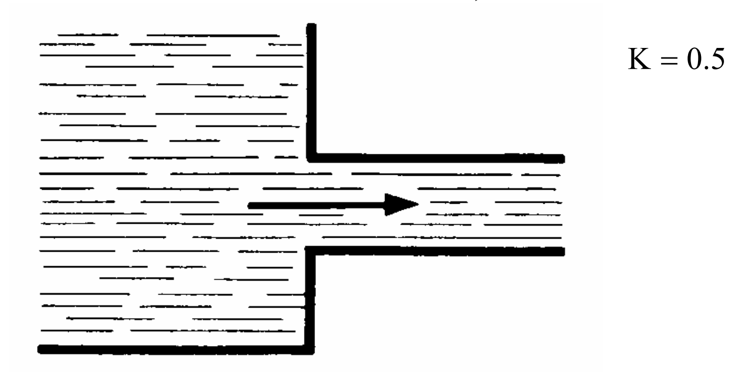
K est fonction des caractéristiques géométriques et du nombre de Reynolds.

La valeur de K est donnée pour les différents cas les plus classiques dans les tableaux suivants :

Raccordement d'une conduite avec un grand réservoir

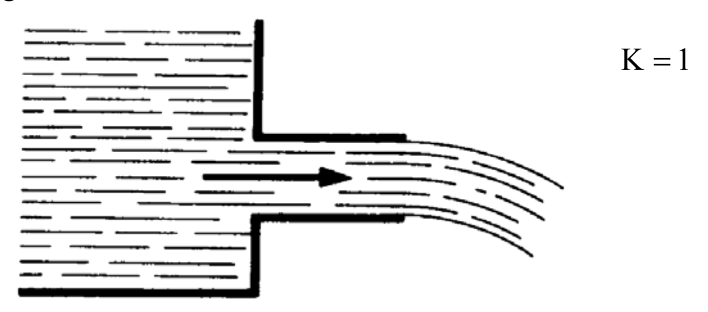
Départ

Sans saillie à l'intérieur du réservoir, avec raccordement à angles vifs



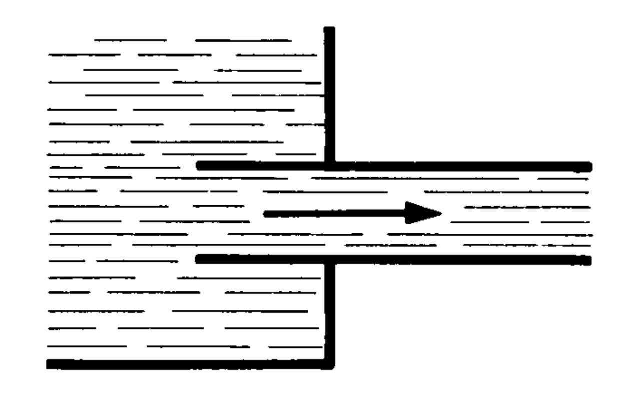
K = 0.5

Sans saillie à l'intérieur du réservoir, avec raccordement à angles vifs, ajutage débitant à gueule bée



K = 1

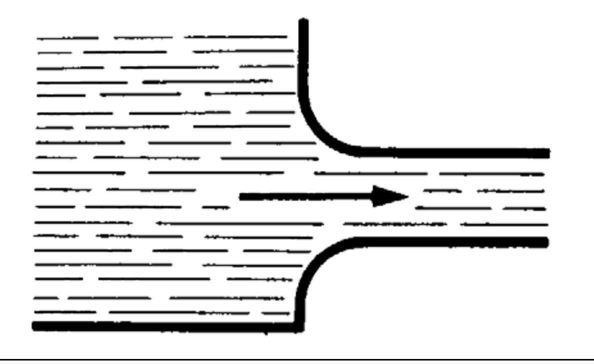
Avec saillie à l'intérieur du réservoir



K = 1

Pour une saillie dont la longueur est comprise entre 1 et 2 fois le diamètre

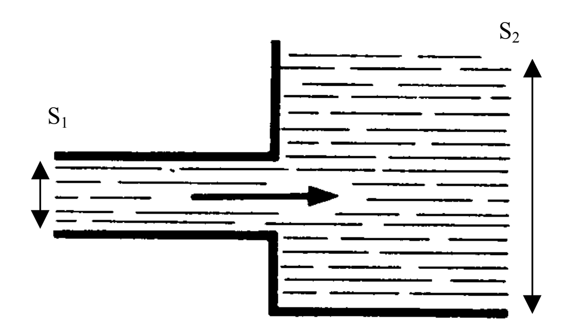
Sans saillie à l'intérieur du réservoir, avec raccordement de profil arrondi



K = 0.05

Cette valeur est une moyenne, elle dépend du profil de l'arrondi.

Arrivée



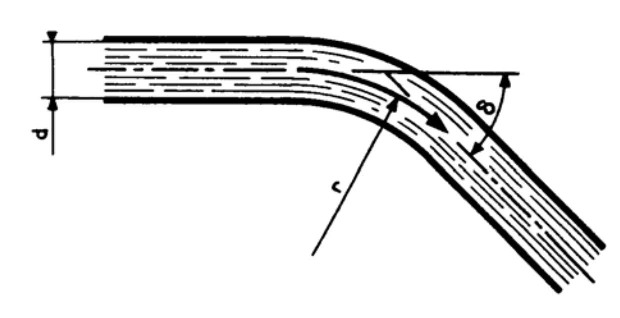
$$K = 1$$

$$K = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 + \frac{1}{9}\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2$$

$S_2 >> S_1 \Rightarrow K=1$

Coudes

Arrondi

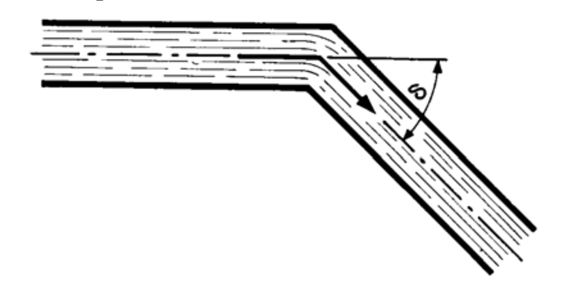


$$K = \left(0.131 + 1.847\left(\frac{d}{2.r}\right)^{\frac{7}{2}}\right)\frac{\delta}{90°}$$

δ en degrés

r/d => δ(°)	1	1.5	2	2.5	3
11.25	0.037	0.021	0.018	0.017	0.017
22.5	0.074	0.043	0.036	0.034	0.034
30	0.098	0.057	0.048	0.046	0.045
45	0.147	0.085	0.073	0.069	0.067
60	0.196	0.114	0.097	0.092	0.090
90	0.294	0.170	0.145	0.138	0.134
180	0.589	0.341	0.291	0.275	0.269

Brusque

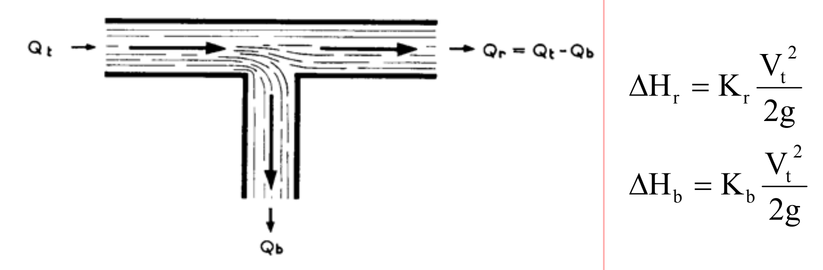


K est indépendant du diamètre

δ(°)	22.5	30	45	60	90
K	0.07	0.11	0.24	0.47	1.13

Tés

Branchement de prise à 90° de même diamètre et à angles vifs

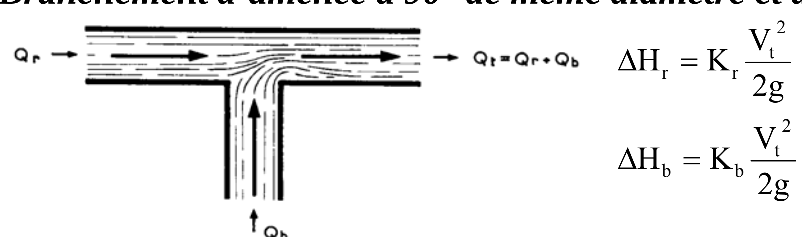


$$\Delta H_r = K_r \frac{V_t^2}{2g}$$

$$\Delta H_b = K_b \frac{V_t^2}{2g}$$

Q_b/Q_t	$Q_b/Q_t \to 0$	0.2	0.4	0.6	0.8	$Q_b/Q_t \to 1$
K_r	0.40	0.26	0.15	0.06	0.02	0.00
K_b	1.00	1.01	1.05	1.15	1.32	1.45

Branchement d'amenée à 90° de même diamètre et à angles vifs



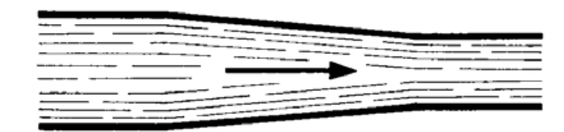
$$\Delta H_r = K_r \frac{V_t^2}{2g}$$

$$\Delta H_b = K_b \frac{V_t^2}{2g}$$

Q_b/Q_t	$Q_b/Q_t \to 0$	0.1	0.2	0.4	0.8	$Q_b/Q_t \to 1$
K_r	0	0.16	0.27	0.46	0.60	0.55
K_b	-0.60	-0.37	-0.18	0.26	0.94	1.20

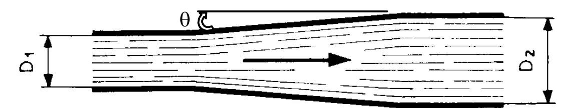
Cônes

Convergent



La perte de charge est négligeable.

Divergent



$$K = 3{,}2.\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1.25}.\left(1-\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)^2$$

Si $\theta > 20°$ il y a décollement et le comportement est identique à celui d'un élargissement brusque.

$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$ \ θ	3	6	8	10	12	14	16	20	24	30	40
0	0.03	0.08	0.12	0.15	0.19	0.23	0.28	0.37	0.46	0.62	0.90
0.05	0.03	0.07	0.10	0.14	0.17	0.21	0.25	0.33	0.42	0.56	0.82
0.1	0.03	0.06	0.09	0.12	0.16	0.19	0.22	0.30	0.37	0.50	0.73
0.2	0.02	0.05	0.07	0.10	0.12	0.15	0.18	0.23	0.30	0.39	0.58
0.3	0.02	0.04	0.06	0.07	0.09	0.11	0.13	0.18	0.23	0.30	0.44
0.4	0.01	0.03	0.04	0.05	0.07	0.08	0.10	0.13	0.17	0.22	0.33
0.5	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.09	0.12	0.15	0.23
0.6	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.04	0.06	0.07	0.10	0.14

Changement brusque de diamètre

Rétrécissement



$$K = 0{,}5.\left(1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\right)$$

$\frac{D_2}{D_1}$	0.01	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
K	0.500	0.495	0.480	0.455	0.420	0.375	0.320	0.255	0.180	0.095

Elargissement

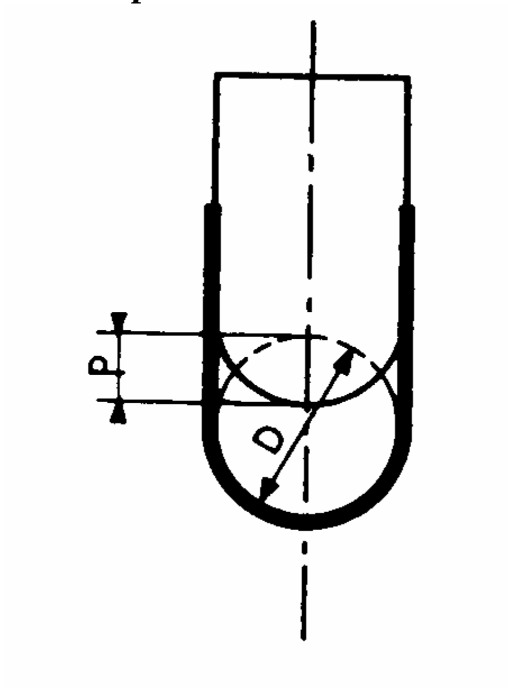


$$K = \left(1-\frac{S_1}{S_2}\right)^2 + \frac{1}{9}\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2$$

$\frac{D_1}{D_2}$	0.01	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
K	1.000	0.980	0.922	0.829	0.708	0.569	0.424	0.287	0.175	0.109

Appareils de robinetterie

Vanne opercule



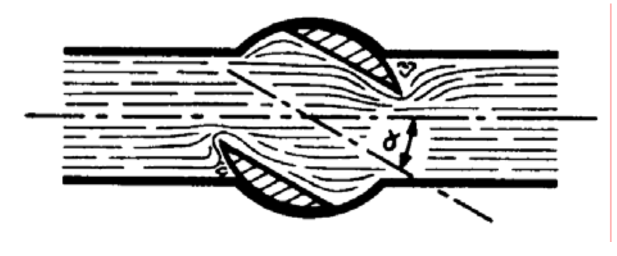
$\frac{p}{D}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
K	0.07	0.26	0.81	2.06	5.52	17	98

Vanne à papillon



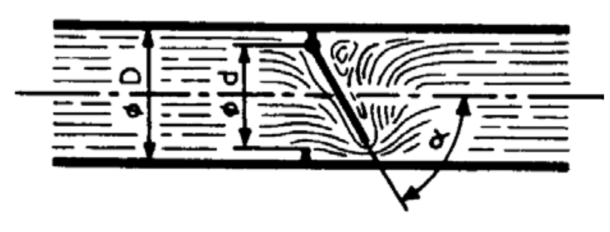
α°	5	10	15	20	30	40	45	50	60	70
K	0.24	0.52	0.90	1.5	3.9	11	19	33	118	750

Robinets à Boisseau



α°	5	10	15	20	30	40	45	50	55	60
K	0.05	0.29	0.75	1.6	5.5	17	31	53	110	206

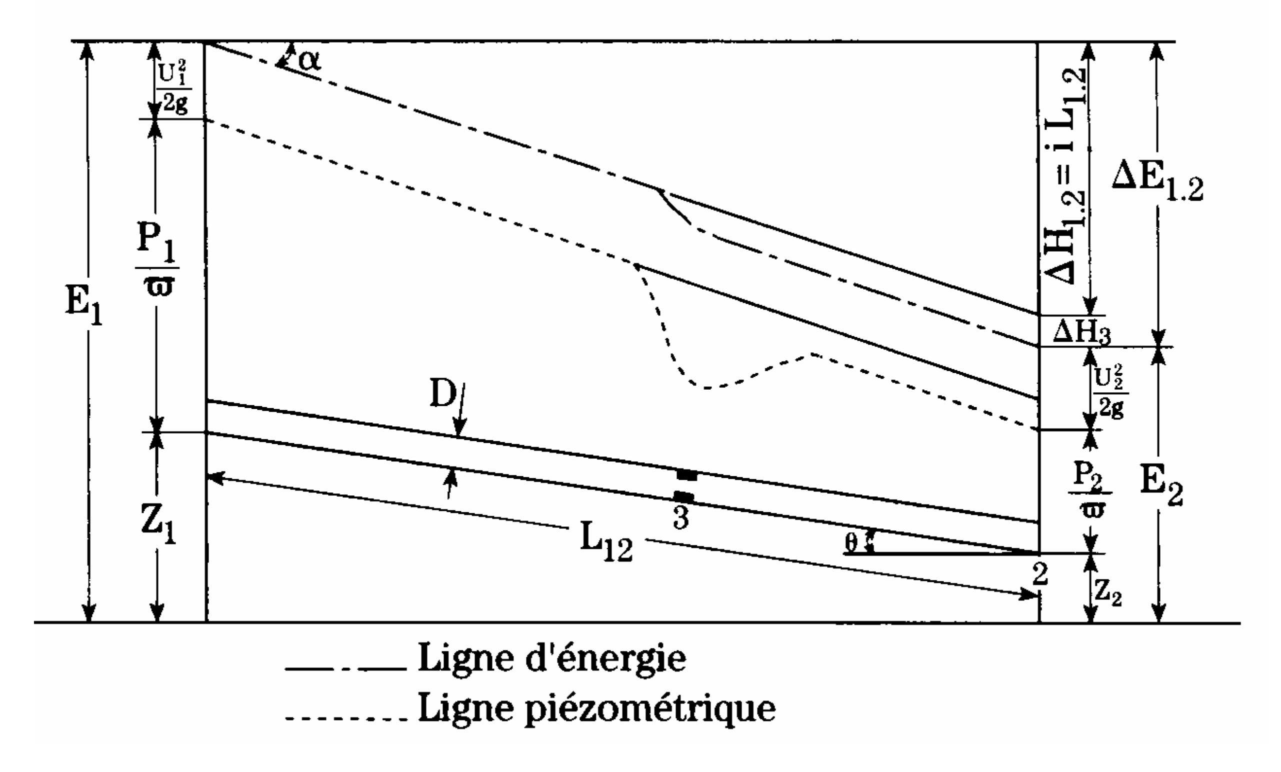
Clapet à battant



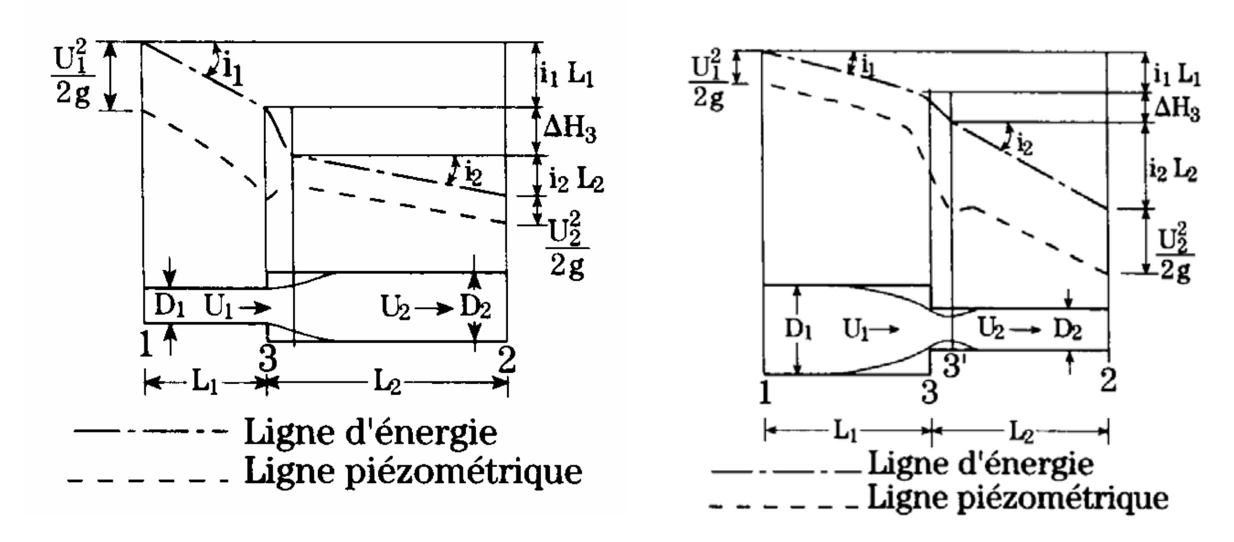
α°	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75
K	1.7	3.2	6.6	9.5	14	20	30	42	62	90

3.3. - Exemple de tracé de perte de charge

Considérons une conduite de longueur L_{12}. On dispose en 3 d'un rétrécissement brusque.

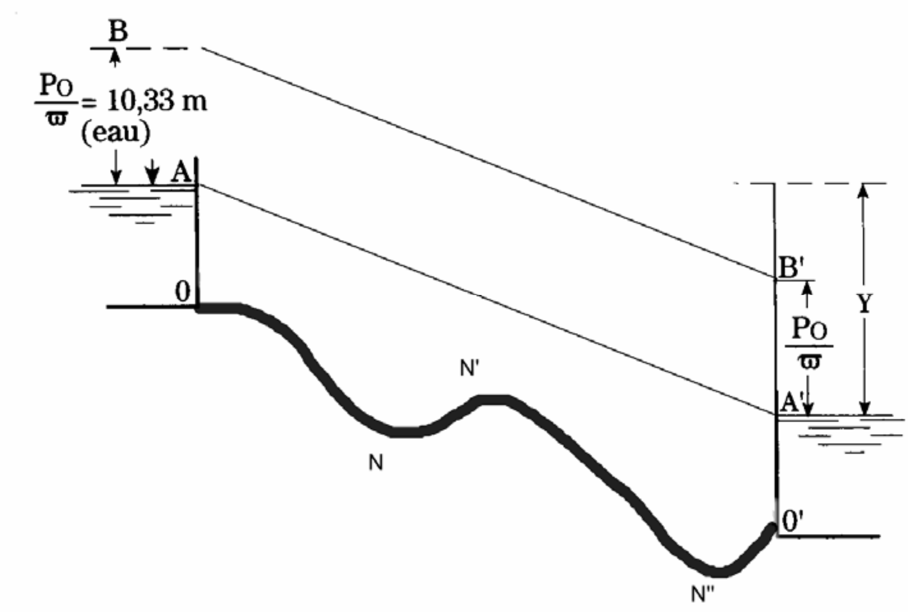


Supposons deux conduites horizontales avec une liaison du type élargissement ou rétrécissement brusque.

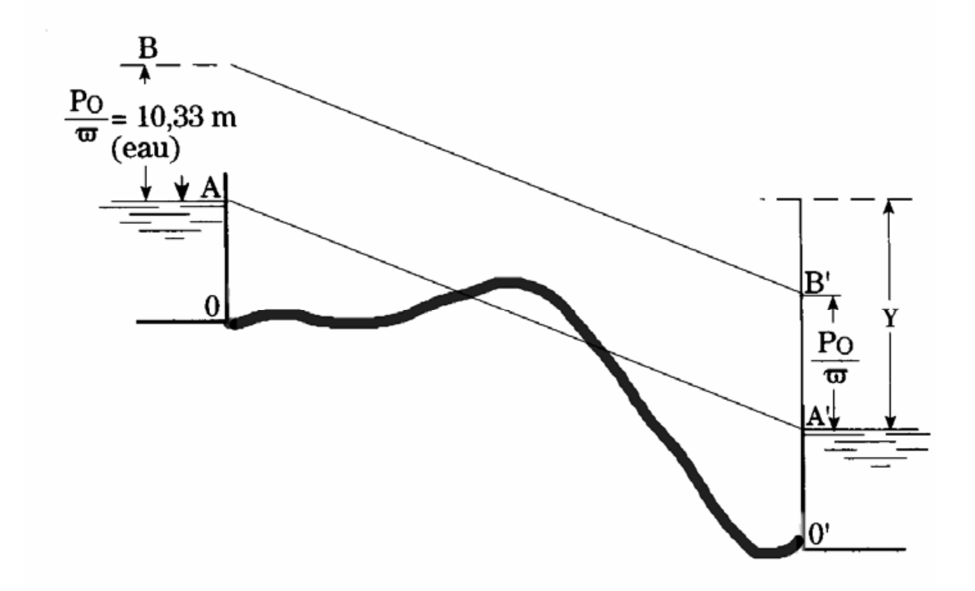


4. - POSITION DE LA LIGNE PIEZOMETRIQUE

Considérons une conduite reliant deux réservoirs. La ligne piézométrique correspondant aux pression relatives est représentée approximativement par la droite AA' (On a négligé les pertes de charges dues à l'entrée et à la sortie des réservoirs. La ligne piézométrique BB' correspond aux pressions absolues (Pa/ϖ = 10.33m).

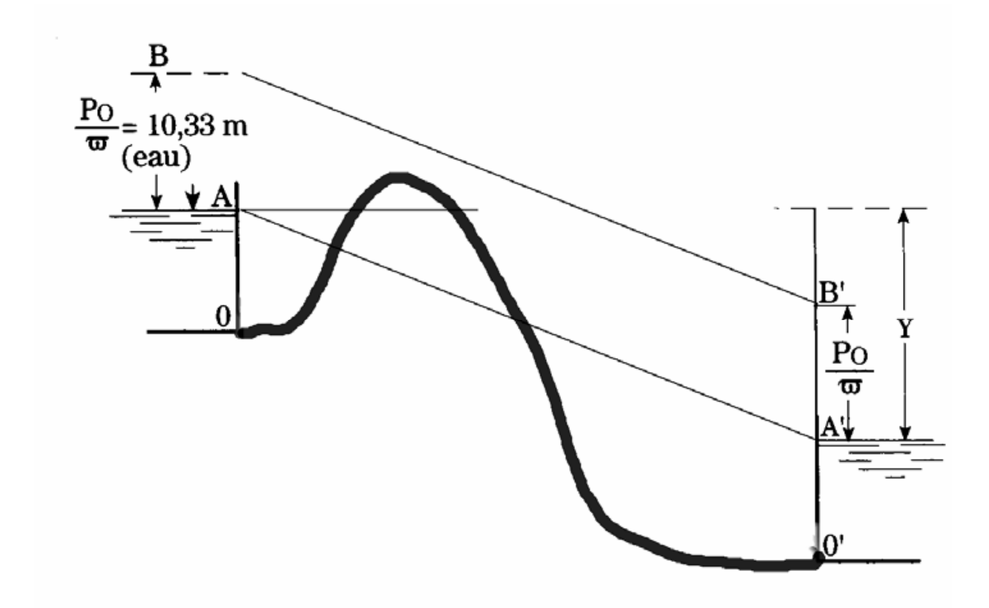


Si la conduite toute entière est située au dessous de AA', la pression dépasse la pression atmosphérique. Cette hypothèse correspond à une situation normale. Il faut prévoir des ventouses aux points les plus élevés pour la sortie de l'air accumulé et des décharges de fond N et N'' pour la vidange et le nettoyage.

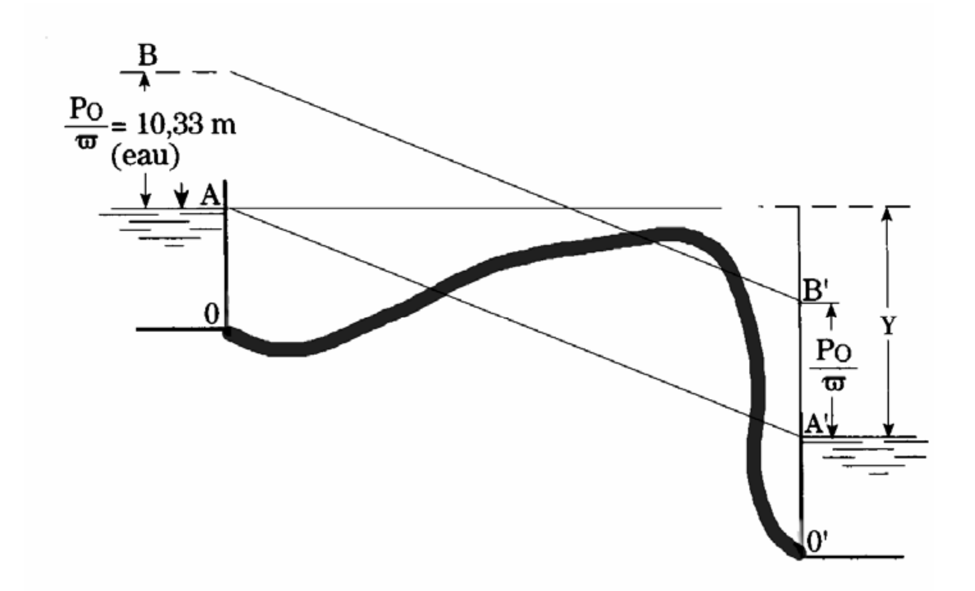


Si la conduite passe au-dessus de la ligne piézométrique AA', la partie du tronçon au-dessus de AA' est en dépression. En général, on doit éviter les zones en dépression ; en effet, une fente éventuelle facilitera l'entrée de corps étrangers et peut contaminer l'eau. La pose d'une ventouse normale est contre indiquée, étant donné qu'elle permettrait

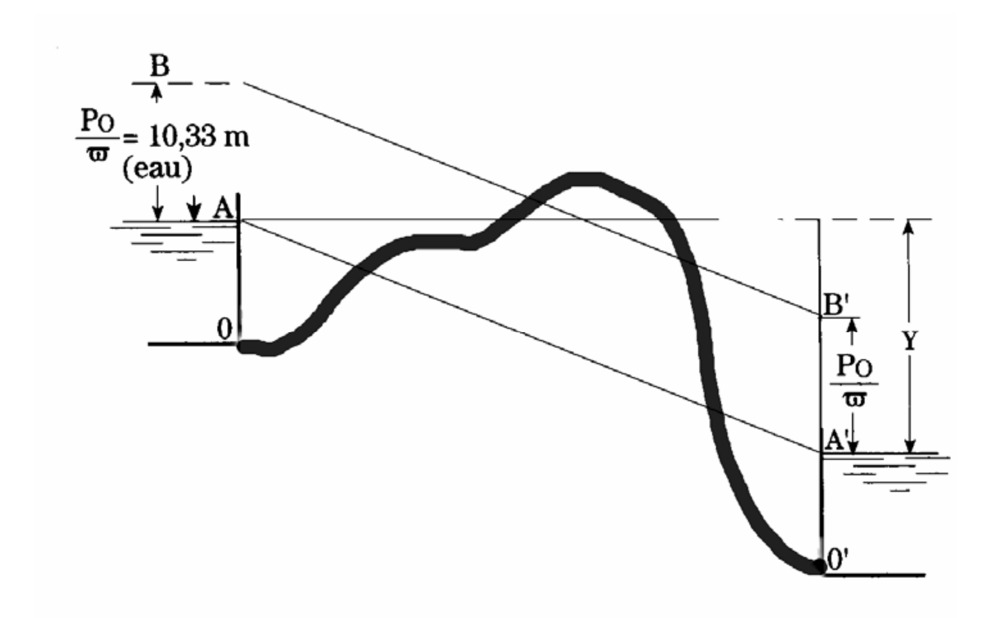
l'entrée de l'air et provoquerait en conséquence, une réduction de débit. Dans la majorité des cas, on évite ce type de tracé. Si toutefois le tracé



Si la conduite s'élève au-dessus de la ligne horizontale qui passe par A, il n'y aura écoulement que si toute la conduite a été remplie d'eau au préalable (effets de siphonnage).



Si la forme de la conduite est toujours située au-dessous de l'horizontale passant par A, mais dépassant BB', l'écoulement se fait sans siphonnage. Cependant, la pression est nulle pour la partie située au-dessus de BB' : il y a cavitation. L'écoulement se fait avec une section partiellement pleine et le débit diminue. Les dégagements d'air et de vapeur d'eau dans les régions de forte dépression rendent l'écoulement irrégulier.

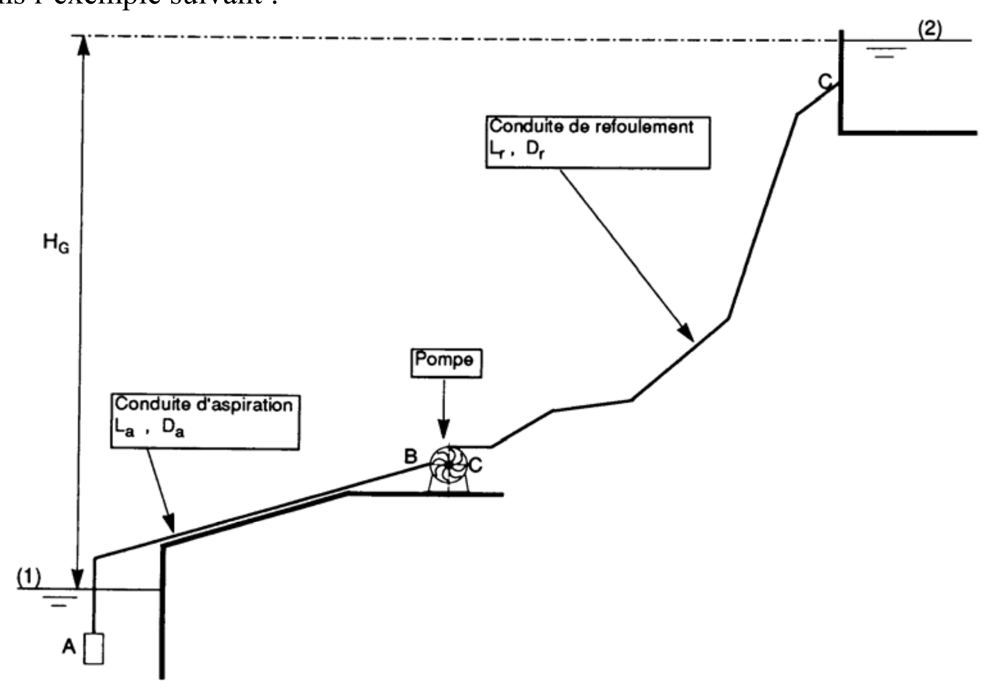


Si la conduite a un tronçon au-dessus de l'horizontale passant par A, il faudrait amorcer le siphon, l'écoulement se ferait en section partiellement pleine et de façon très irrégulière.

Si la conduite dépasse la cote B, il est impossible d'amorcer l'écoulement.

5. - LES CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES

Ces constructions permettent de déterminer le point de fonctionnement d'un réseau (débit, pression) en utilisant les courbes de fonctionnement et les courbes caractéristiques des pompes.
Prenons l'exemple suivant :



Déterminons dans un premier temps la caractéristique du réseau en fonction du débit : CR(Q).

$CR(Q) = H_{Sortie\ pompe} - H_{Entrée\ pompe}$

Cette caractéristique doit être déterminée en passant uniqiement par le réseau.
Déterminons, dans un premier temps, la charge totale (en mCE) au point B, H_B, par application du théorème de Bernouilli.

$$H_1 = H_B + PdC_{1\to B}$$

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = h_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + j_{1\to B}$$

$$H_B = h_1 - j_{1\to B}$$

Déterminons, dans un deuxième temps, la charge totale (en mCE) au point C, H_C, par application du théorème de Bernouilli.

$$H_C = H_2 + PdC_{C\to 2}$$

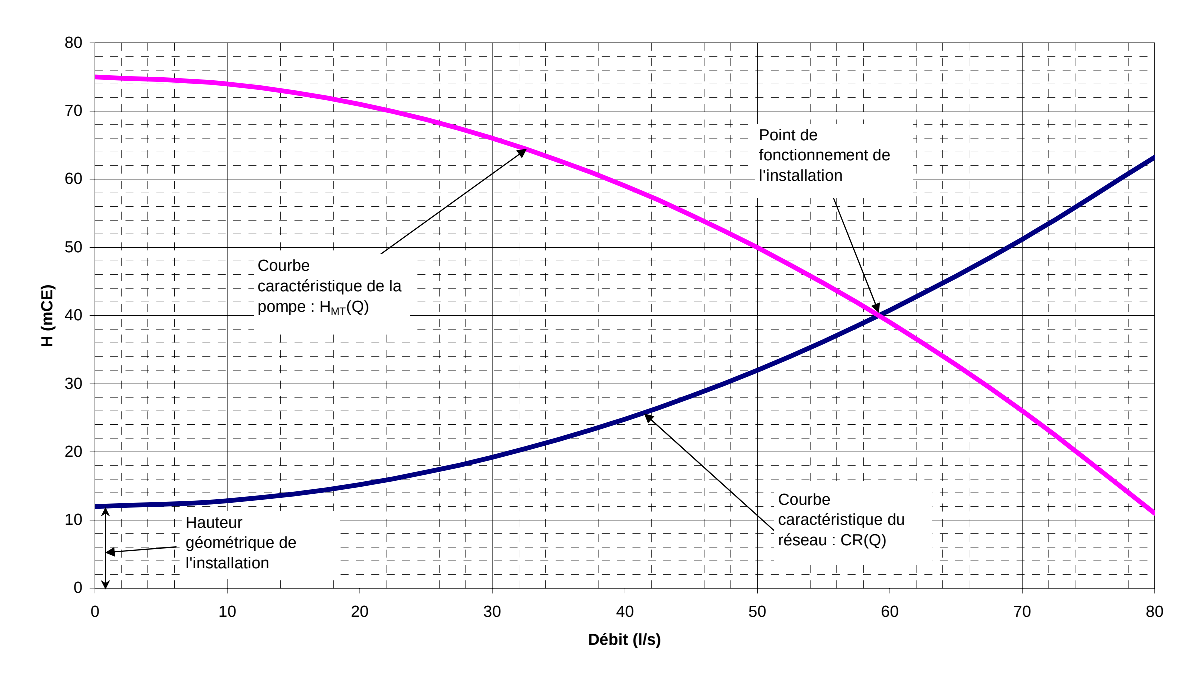
$$h_C + \frac{p_C}{\rho g} + \frac{V_C^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + j_{C\to 2}$$

$$H_C = h_2 + j_{C\to 2}$$

On peut ensuite représenter la caractéristique du réseau :

$$CR(Q) = H_C - H_B = \left(h_2 - h_1\right) + \sum\left(PdC_{aspiration} + PdC_{refoulement}\right).$$

Il suffit de tracer la caractéristique de la pompe H_{MT} en fonction du débit (donnée fournie par le constructeur) : $H_{MT}(Q)$.



Nous pouvons ainsi déterminer le point de fonctionnement de la pompe et de l'installation.

6. - LE COUP DE BELIER

L'importance technique des coups de bélier est extrêmement grande. L'amplitude et la soudaineté des surpressions et dépressions qui sont mises en jeu peuvent détériorer la conduite ou les organes qui y sont branchée. Il est nécessaire par conséquent d'empêcher la production de telles perturbations ou du moins de les atténuer.

En général, on peut considérer les fluides comme incompressibles. Toutefois les milieux réelles présentent une certaines compressibilités dont il faut tenir compte s'il s'y produit de rapide variation de pression (même très petites) : ce sont les phénomènes de compressibilité qui permettent d'expliquer la propagation des ondes élastiques dans les milieux matériels.

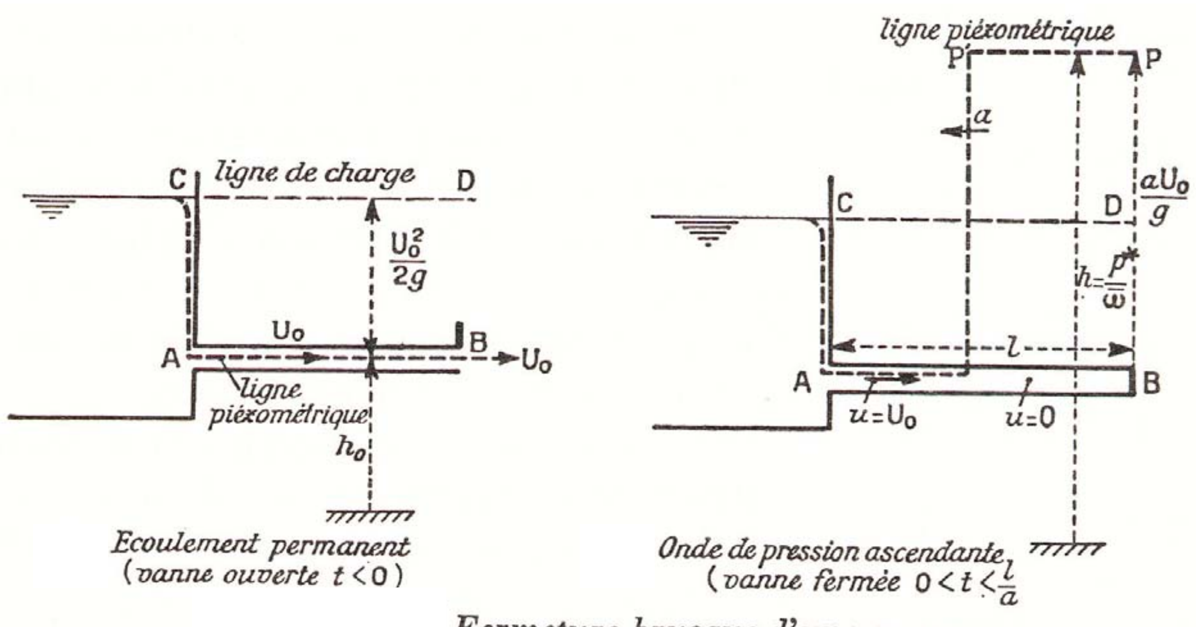
Quand un milieu matériel est affecté localement par des variations de pression d'origine quelconque, la perturbation qui en résulte se propage dans toutes les directions. Cette vitesse de propagation n'est pas infinie, mais si les variations de pression sont lentes on peut admettre qu'elles se distribuent immédiatement dans tout le milieu (fonctionnement d'un réseau d'adduction d'eau sous pression avec un démarrage lent d'une pompe). Si au contraire les variations de pression sont rapides, la répartition de la pression dans le milieu ne peut pas être considéré comme instantanée (démarrage instantané d'une pompe).

Les ondes élastiques se propagent sans modification dans un milieu isotrope infini, mais sont susceptibles de réflexion et de réfraction quand elles rencontrent une surface séparant deux milieux différents. Deux cas sont à envisager :

- Quand une onde plane se propageant dans un fluide, rencontre normalement une surface rigide, elle se réfléchit sans changer de signe : ainsi une onde de compression se réfléchit en une onde de compression.
- Quand une onde plane se propageant dans un fluide, rencontre normalement une surface ou la pression reste constante (surface libre d'un liquide), il y a réflexion avec changement de signe : ainsi une onde de compression donne naissance à une onde de dépression.

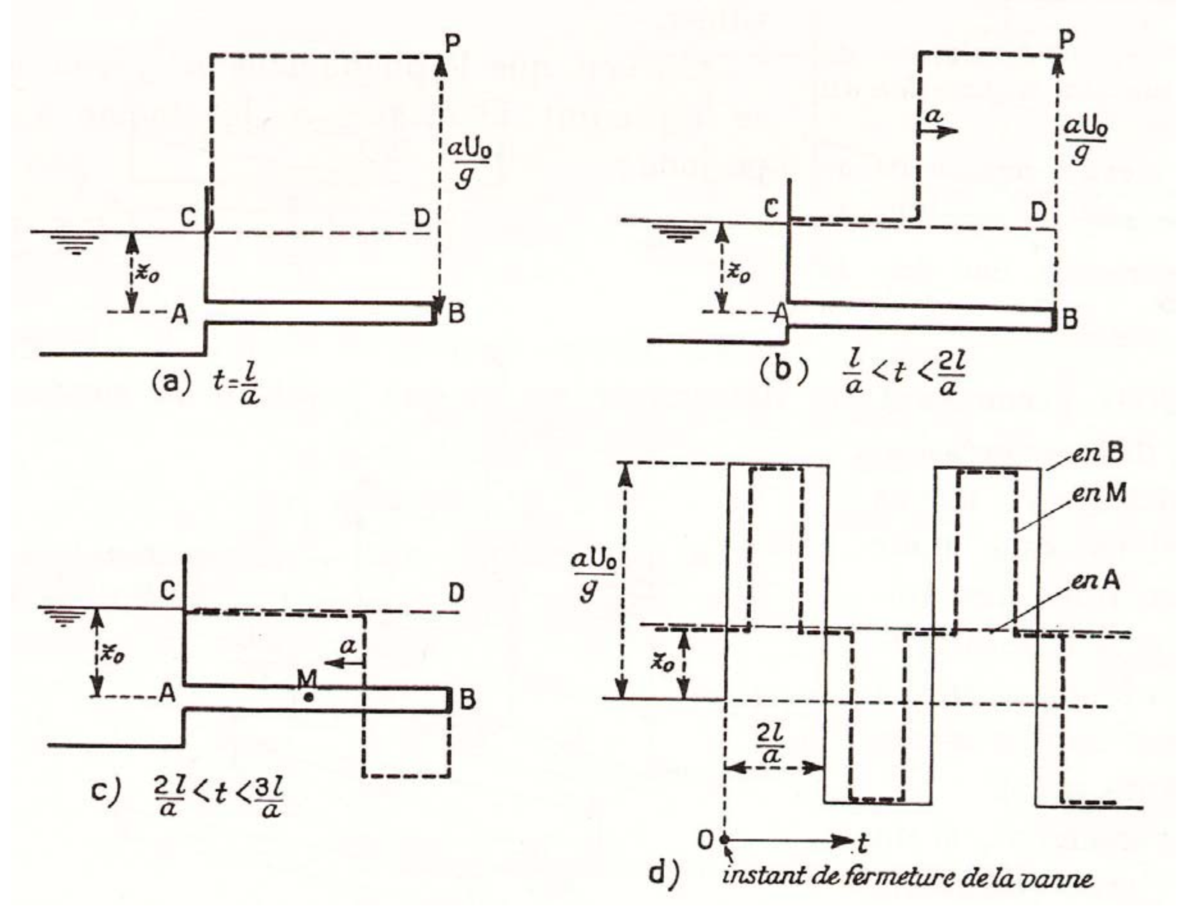
Dans un fluide parfait les seules ondes élastiques susceptibles de se propager sont des ondes longitudinales, c'est-à-dire des ondes provoquant des déplacements de particules normalement aux surfaces d'ondes.
Vitesse des ondes dans l'air : 331m/s.
Vitesse des ondes dans l'eau : 1 410m/s.

Ainsi, les ondes élastiques longitudinales peuvent se propager dans le fluide contenu dans une conduite. En faisant abstraction des perturbations provoquées par le frottement sur les parois, on peut admettre que pour une conduite cylindrique, la propagation s'effectue par des ondes planes perpendiculaire à l'axe de la conduite. Mais la célérité des ondes est différente de la valeur donnée précédemment. En effet, sous l'action des variations de pression provoquées par une onde, les parois de la conduite de déforment. Ces déformations sont petites en général, mais il faut en tenir compte dans le calcul de la vitesse des ondes. Si elle est de l'ordre de 1000 m/s dans les conduites d'acier elle peut descendre à quelques centaines de m/s pour les conduites en matière plastique et à 15 m/s pour des conduites en caoutchouc.



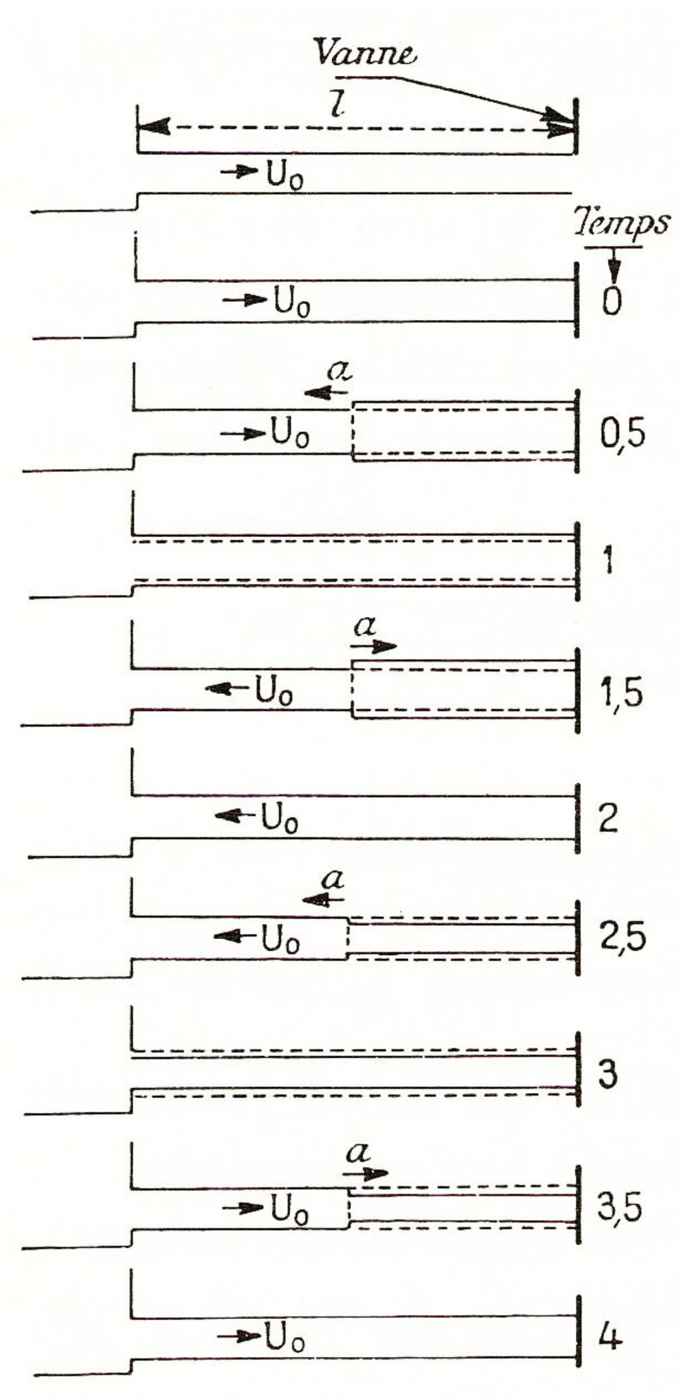
Fermeture brusque d'une vanne.

Dès que la vanne est fermée ($t \geq 0$) la ligne piézométrique remonte jusqu'à PP' à une côte supérieure à celle de la ligne de charge. Cette augmentation correspond à l'énergie potentielle emmagasinée par la compressibilité du fluide. Cette surpression remonte la conduite et arrive au réservoir en laisant derrière son passage la conduite en surpression.



Arrivant en A, au réservoir, l'onde subit une réflexion avec changement de signe : elle se transforme en une onde de dépression. Cette dépression s'ajoute à la surpression laissée

par l'onde montante précédente. Puis l'onde de dépression arrive en B, rencontre la vanne fermée et y subit une réflexion mais ici sans changement de signe : elle se transforme en une onde ascendante de dépression.



De tout cela il résulte qu'il est nécessaire de calculer les conduites pour qu'elles résistent à ces phénomènes : surpressions et dépressions. En particulier, elles devront résister à l'écrasement dû à la pression atmosphérique dans le cas où les dépressions seraient suffisantes pour créer la cavitation.